

Министерство просвещения Российской Федерации
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики
Кафедра информационных технологий и физико-математического образования

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.07.07 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Профили программы	Математика
Автор	доцент кафедры ИТФМ Т.Ю. Паршина

Одобрена на заседании кафедры информационных технологий и физико-математического образования. Протокол от «12» января 2024 г. №6.

Рекомендована к использованию в образовательной деятельности научно-методической комиссией филиала РГППУ в г. Нижнем Тагиле. Протокол от «23» января 2024 г. №5.

Нижний Тагил
2024

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	3
3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	5
4.2. Учебно-тематический план.....	6
4.3. Содержание дисциплины.....	8
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....	10
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.....	10
7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	11

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: формирование универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций у студентов в процессе приобретения ими базовых знаний о свойствах функций, дифференциально-интегральном исчислении, дифференциальных уравнениях, рядах.

Задачи:

1. Сформировать у студентов систему знаний по классическим разделам математического анализа.
2. Сформировать у студентов представления о применении и роли основных понятий математического анализа в других областях знаний.
3. Сформировать умения применять изученную теорию к решению задач, в том числе элементарной (и школьной) математики.
4. Развить вычислительные навыки студентов.
5. Развить у студентов способность математического моделирования различных реальных процессов и явлений.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика». Дисциплина Б1.О.07.01 «Математический анализ» включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)» и является составной частью раздела «Обязательная часть», модуля Б1.О.07 «Предметно-методический модуль». Дисциплина реализуется в НТГСПИ на кафедре информационных технологий и физико-математического образования.

Дисциплина «Математический анализ» является основой для последующего изучения предметно-методического модуля, обеспечивая эффективные инструменты для решения широкого класса задач. Данная дисциплина логически связана с изучением математических дисциплин таких как «Элементарная математика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Алгебра», «Теория чисел», «Методика обучения математике», «Теоретические основы школьной математики», «Практикум по исследованию функций», «Числовые системы», «Практикум решения школьных задач по математике». Дисциплина помогает глубже осваивать темы элементарной математики, касающиеся теории действительных чисел и теории функций.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование и развитие следующих компетенций:

УК1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ПК1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

ПК3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

Код компетенции	Содержание компетенций	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
ПК-1	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
ПК-3	ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.). ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

31. Понятие действительного числа; свойства множества действительных чисел.
32. Понятие функции, основные элементарные функции их свойства и графики.
33. Операции над функциями; композицию функций; обратную функцию.
34. Числовые множества на прямой, окрестность точки, числовая последовательность и её предел, предел функции в точке и на бесконечности.
35. Теоремы о пределах, бесконечно малые и бесконечно большие величины и их свойства.
36. Первый и второй замечательные пределы, эквивалентные бесконечно малые величины.
37. Непрерывность функции в точке, свойства функций, непрерывных на отрезке непрерывность основных элементарных функций.
38. Равномерную непрерывность функции на множестве.
39. Производная функции её геометрический и физический смысл, производная обратной и сложной функции, производные основных элементарных функций.
310. Дифференциал функции, правила дифференцирования, производные высших порядков.
311. Исследование функций с помощью производных, правило Лопиталья, асимптоты графика функции.
312. Неопределённый интеграл, его свойства, таблицу основных интегралов, основные методы интегрирования.
313. Определённый интеграл, его свойства, геометрический смысл, формулу Ньютона-Лейбница.
314. Несобственные интегралы.
315. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

316. Методы интегрирования наиболее часто встречающихся в приложениях обыкновенных дифференциальных уравнений.

317. Понятие числового ряда, суммы ряда, сходимость, признаки сходимости рядов, знакочередующиеся ряды, признак Лейбница, абсолютная и условная сходимость.

318. Понятие функционального ряда и функциональной последовательности.

319. Степенные ряды, радиус сходимости, разложение функций в степенные ряды.

320. Формулу Тейлора, ряд Тейлора, ряд Маклорена.

Уметь:

У1. Раскрывать неопределённости и вычислять пределы, используя первый и второй замечательные пределы, эквивалентные бесконечно малые.

У2. Находить производные сложных функций, произведения и частного, решать задачи на геометрический и физический смысл производной, находить дифференциал функции.

У3. Проводить исследование функций с помощью производных, строить графики функций, применяя исследование функций, находить асимптоты.

У4. Находить неопределённые интегралы, используя непосредственное интегрирование, метод замены переменной, интегрировать по частям, интегрировать тригонометрические функции.

У5. Применять формулу Ньютона-Лейбница, решать задачи на нахождение площадей плоских фигур, длины дуги, объёмов тел вращения с помощью определённого интеграла.

У6. Провести качественный анализ простейших типов обыкновенных дифференциальных уравнений, интегрировать типовые дифференциальные уравнения первого и второго порядков.

У7. Решать типовые обыкновенные дифференциальные уравнения.

У8. Исследовать ряды на сходимость.

У9. Разлагать функции в степенные ряды.

Владеть:

В1. Навыками использования языка математики для решения практико-ориентированных задач.

В2. Основными положениями классических разделов математической науки.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачётных единиц (396 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице № 1.

Таблица № 1

Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Вид работы	Форма обучения
	Заочная
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	396
Контактная работа, в том числе:	36
Лекции	14
Практические занятия	22
Самостоятельная работа, в том числе:	360
Подготовка к экзаменам, зачётам	26

Таблица № 2

Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ и семестрам

Вид работы	Форма обучения			
	заочная			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	4 семестр
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	72	108	108	108
Контактная работа, в том числе:	6	8	12	10
Лекции	2	4	4	4
Практические занятия	4	4	8	6
Самостоятельная работа	62	91	87	94
Подготовка к экзаменам, зачётам	4 зачёт	9 экзамен	9 экзамен	4 зачёт с оценкой

Таблица № 3

4.2. Учебно-тематический план

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контактная работа		Сам. работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практич. занятия		
1 курс, 1 семестр					
Тема 1. Введение в анализ.	49	1	2	46	Работа с учебной литературой для заочников, составление конспектов, разбор готовых решений, выполнение домашней контрольной работы.
Числа, множества	2			2	
Абсолютная величина числа	4			4	
Предел последовательности. Предел функции.	10			10	
Теоремы о пределах. Замечательные пределы.	13	1		12	
Эквивалентные бесконечно-малые	11		1	10	
Непрерывность функции. Непрерывность обратной функции.	9		1	8	
Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной.	23	1	2	20	Разбор задач у доски в период сессии.
Производная функции. Правила дифференцирования	23	1	2	20	Подготовка к зачёту
Подготовка к зачёту	4			4	
Всего за семестр	72	2	4	66	
1 курс, 2 семестр					
Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной (продолжение).	49	2	2	45	Работа с учебной литературой для заочников, составление конспектов, разбор готовых решений, выполнение домашней контрольной работы.
Вычисление производных.	15		1	14	
Дифференциал функции. Применение производной.	11	1		10	
Основные теоремы дифференциального исчисления.	7	1		6	
Исследование функций. Построение графиков функций	16		1	15	

Тема 3. Интегральное исчисление функций одной действительной переменной. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений	50	2	2	46	Разбор задач у доски в период сессии. Подготовка к экзамену
Неопределённый интеграл. Первообразная.	12	2		10	
Методы интегрирования. Метод замены переменной	21		1	20	
Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций.	17		1	16	
Подготовка к экзамену	9			9	
Всего за семестр	108	4	4	100	
2 курс, 1 семестр					
Тема 3. Интегральное исчисление функций одной действительной переменной. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений (продолжение)	99	4	8	87	Работа с учебной литературой для заочников, составление конспектов, разбор готовых решений, выполнение домашней контрольной работы.
Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.	18	1	1	16	
Замена переменной в определённом интеграле.	18	1	1	16	Разбор задач у доски в период сессии.
Интегрирование по частям в определённом интеграле	12		1	11	Подготовка к зачёту
Несобственные интегралы	10	1	1	8	
Применение определённого интеграла.	18		2	16	
Дифференциальные уравнения. Задача Коши.	5	1		4	
Дифференциальные уравнения первого порядка.	18		2	16	
Подготовка к экзамену	9			9	
Всего за семестр	108	4	8	96	
2 курс, 2 семестр					
Тема 3. Интегральное исчисление функций одной действительной переменной. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений (продолжение)	44	-	4	40	Разбор задач у доски. Выполнение домашней контрольной работы.
Дифференциальные уравнения второго порядка.	44		4	40	
Тема 4. Теория рядов	60	4	2	54	
Числовые ряды.	22	2		20	
Функциональные ряды.	7	1		6	
Степенные ряды.	16		2	14	

Разложение элементарных функций в степенные ряды.	15	1		14	
Подготовка к зачёту с оценкой	4			4	
Всего за семестр	108	4	6	98	
Всего по дисциплине	396	14	22	360	

4.3. Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в анализ.

Числа, множества Предмет математического анализа. Сведения о множествах ограниченные и неограниченные множества, понятие граней множества, действительные числа, свойства множества действительных чисел,

Абсолютная величина числа. Абсолютная величина действительного числа и её свойства. Расширение числовой прямой. Промежутки. Окрестность точки. Принцип вложенных отрезков.

Предел последовательности. Предел функции. Числовая последовательность. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых. Арифметические операции над пределами. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной последовательности. Число e . Подпоследовательности. Теорема Больцано – Вейерштрасса.

Функции, способы задания функций. Основные элементарные функции.

Предел функции в точке и на бесконечности. Два определения; их эквивалентность. Различные пределы функций. Примеры. Геометрический смысл определений. Лемма о вложенных промежутках. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции.

Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Основные теоремы о пределах, выражаемые равенствами и неравенствами. Односторонние пределы. Первый и второй замечательные пределы.

Эквивалентные бесконечно-малые. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые. Следствия из первого и второго замечательных пределов.

Непрерывность функции. Непрерывность обратной функции. Непрерывность функции в точке. Примеры, иллюстрации. Точки разрыва, их классификация. Односторонние пределы. Непрерывность функции на множестве. Действия над непрерывными функциями. Свойства функций непрерывных на сегменте. Равномерная непрерывность функции. Теорема о равномерной непрерывности.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Производная функции. Правила дифференцирования. Определение производной функции одной действительной переменной. Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал. Некоторые задачи физики. Скорость изменения функции. Физический смысл производной. Производные элементарных функций.

Вычисление производных. Правила дифференцирования. Производные суммы, произведения, частного, сложной функции. Производная обратной функции. Дифференцирование параметрически и неявно заданной функции.

Дифференциал функции. Применения производной. Дифференциал функции, его применение в приближенных вычислениях. Касательная прямая. Геометрический смысл производной функции в точке. Уравнение касательной к графику функции в точке, уравнение нормали. Геометрический смысл дифференциала, свойства дифференциала. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производные и дифференциалы высших порядков. Многочлен и формула Тейлора.

Правило Лопиталья для дифференцируемых функций. Раскрытие неопределённости, особенности применения правила.

Основные теоремы дифференциального исчисления. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ролля, Ферма, Лагранжа, Коши.

Исследование функций. Исследование функций с помощью производных (монотонность, признаки монотонности, экстремумы функции). Выпуклость, точки перегиба, необходимые и достаточные условия экстремума. Наибольшее, наименьшее значения функций на отрезке. Асимптоты графика функции. Схема исследования функции и план построения графика функции. Построение графиков функций элементарных функций (дробно-рациональные, трансцендентные функции).

Тема 3. Интегральное исчисление функций одной действительной переменной. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Неопределённый интеграл. Первообразная. Понятие первообразной функции, неопределённого интеграла. Свойства первообразных функций и неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов.

Методы интегрирования. Метод замены переменной. Основные методы интегрирования. Табличное (или непосредственное) интегрирование, метод замены переменной, интегрирование простейших правильных рациональных функций. Общее правило интегрирования рациональных функций.

Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование по частям, интегрирование некоторых видов иррациональных функций, подстановка Эйлера, Чебышева. Интегрирование тригонометрических выражений, универсальная подстановка.

Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Определённый интеграл. Определение, суммы Дарбу. Интеграл Римана. Его геометрический смысл. Основные свойства. Классы интегрируемых функций. Определённый интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрическое приложение определённого интеграла.

Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование методом подстановки. Стандартные подстановки, особенности метода. Интегрирование чётных и нечётных функций в симметричных пределах.

Интегрирование по частям в определённом интеграле. Особенности метода.

Несобственные интегралы. Несобственные интегралы первого и второго рода. Вычисление несобственного интеграла. Теоремы о свойствах несобственных интегралов, выражаемые равенствами и неравенствами.

Применение определённого интеграла. Геометрические приложения определённого интеграла. Понятие площади, объёма, длины. Площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора. Вычисление площади плоской фигуры в декартовой системе координат, заданной явно и параметрически. Площадь в полярных координатах. Длина дуги плоской кривой. Длина дуги в декартовых и полярных координатах. Вычисление объёма тела по известным площадям параллельных сечений. Вычисление объёма и площади поверхности тела вращения. Приложение определённого интеграла в физике.

Дифференциальные уравнения. Задача Коши. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Обыкновенные дифференциальные уравнения I порядка. Задача Коши. Основные понятия. Уравнение, разрешимое относительно производной. Существование решения у дифференциального уравнения первого порядка. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнение Бернулли.

Дифференциальные уравнения второго порядка. Дифференциальные уравнения II порядка и высших порядков. Общие понятия. Однородные линейные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения II порядка

с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов для решения линейных, неоднородных дифференциальных уравнений. Метод вариации.

Тема 4. Теория рядов.

Числовые ряды. Понятие числового ряда. Свойства числовых рядов. Сходимость ряда и его сумма. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Знакопостоянный ряд. Общий признак сходимости положительных рядов. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Ряды с неотрицательными членами. Признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Признаки сравнения.

Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов.

Функциональные ряды. Функциональные последовательности и ряды. Сумма функционального ряда. Область сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

Степенные ряды. Степенные ряды, радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля об области сходимости степенных рядов. Свойства степенных рядов. Формула и ряд Тейлора. Теоремы о сходимости ряда Тейлора.

Разложение элементарных функций в степенные ряды. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена (степенной, логарифмической, показательной и тригонометрических). Область сходимости. Некоторые приложения степенных рядов.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс обучения дисциплине «Математический анализ» рекомендуется строить с опорой на традиционный подход, при котором на лекционных занятиях закладываются основы теоретических знаний по дисциплине, а на практических занятиях ведется работа по усвоению теории и приобретению практических умений и навыков решения типичных задач.

С целью формирования у студентов компетенций, предусмотренных программой, следует применять следующие технологии:

- практикум с использованием практико-ориентированных задач;
- технологию деятельностного подхода;
- обучение в сотрудничестве.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

6.1. Основная литература

1. Будаев В. Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных [Электронный ресурс] : учеб. / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 456 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96244>

2. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>

3. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. В. Власов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017. — 376 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67393.html>

4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006 — Т. 1. — 440 с

5. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006. — Т. 2. — 463 с

6.2. Дополнительная литература

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с.

2. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

6.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Сетевые ресурсы

Электронная библиотека Попечительского совета механико-математического факультета Московского государственного университета <http://lib.mexmat.ru/books/34>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Перечень материально-технического обеспечения для реализации образовательного процесса по дисциплине:

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа с проекционным оборудованием.

2. Учебная аудитория для проведения занятий практического типа, проведения групповых и индивидуальных консультаций, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

3. Помещения для самостоятельной работы.