

Министерство просвещения Российской Федерации  
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)  
федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики  
Кафедра информационных технологий и физико-математического образования

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.07.10 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
СТАТИСТИКА**

Уровень высшего образования	Бакалавриат
Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Профиль	Математика
Форма обучения	Заочная
Автор:	Доцент кафедры ИТФМ Вязовова Е.В.

Одобрена на заседании кафедры информационных технологий и физико-математического образования. Протокол от 12 января 2024 г. № 6.

Рекомендована к использованию в образовательной деятельности научно-методической комиссией ФЕМИ НТГСПИ(ф)РГППУ. Протокол от 23 января 2024 г. № 5.

Нижний Тагил  
2024

## СОДЕРЖАНИЕ

<u>1. Цель и задачи освоения дисциплины</u> .....	3
<u>2. Место дисциплины в структуре образовательной программы</u> .....	3
<u>3. Результаты освоения дисциплины</u> .....	3
<u>4. Структура и содержание дисциплины</u> .....	4
<u>4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы</u> .....	4
<u>4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины</u> .....	4
<u>4.3. Содержание тем дисциплины</u> .....	5
<u>5. Образовательные технологии</u> .....	6
<u>6. Учебно-методические материалы</u> .....	6
<u>6.1. Планирование самостоятельной работы</u> .....	6
<u>6.2. Задания и методические указания по организации самостоятельной работы</u> .....	7
<u>7. Учебно-методическое и информационное обеспечение</u> .....	10
<u>8. Текущий контроль качества усвоения знаний</u> .....	11

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель изучения дисциплины** – формирование систематизированных знаний в области теории вероятностей и математической статистики, их основных методов.

### **Задачи:**

сформировать у студентов представление о роли и месте теории вероятностей в математике;

заложить базовые знания для дальнейшего изучения математических дисциплин;

научить применять основы математической статистики для обработки результатов исследований.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика». Дисциплина Б1.О.07.10 «Теория вероятностей и основы математической статистики» включена в предметно-методический модуль. Дисциплина реализуется на кафедре информационных технологий и физико-математического образования.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций

Категория (группа) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1. Знает основные источники и методы поиска информации, необходимой для решения поставленных задач
		ИУК 1.2. Умеет осуществлять поиск информации для решения поставленных задач, применять методы критического анализа и синтеза информации
		ИУК 1.3. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки; отличает факты от мнений, интерпретаций и оценок; применяет методы системного подхода для решения поставленных задач
Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).
		ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.
		ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
	ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).
		ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании

	метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	(предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности.
--	---	---

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать:**

основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики; дискретные и непрерывные случайные величины, законы их распределения; выборочный метод, статистические оценки параметров распределения, элементы теории корреляции, статистическую проверку гипотез;

классические методы математической статистики, используемые при планировании, проведение и обработке результатов экспериментов в математике, в педагогике, психологии и других дисциплинах;

**уметь:**

решать типовые статистические задачи для математики, педагогики и психологии;

планировать процесс математической обработки экспериментальных данных;

**владеть:**

основными технологиями статистической обработки экспериментальных данных на основе теоретических положений теории вероятностей и математической статистики;

навыками использования современных методов статистической обработки информации для диагностирования достижений обучающихся.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице.

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ**

Вид работы	Форма обучения
	Заочная
	6 семестр
<b>Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>12</b>
Лекции	4
Практические занятия	8
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>87</b>
<b>Подготовка к экзамена, сдача экзамена</b>	<b>9</b>

##### 4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины

	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего часов	Вид контактной работы, час		Самостоятельные работы	Формы текущего контроля
			Лекции	Практические работы		
	<b>Часть 1. Теория вероятностей</b>					
1	Элементы комбинаторики	18		1	17	Обсуждение на занятии

						К.р. №1
2	Случайные события.	22	1	1	20	Обсуждение на занятии, тест, к.р. №2
3	Случайные величины и их характеристики	23	1	2	20	К.р. №3, тест
	<b>Часть 2. Элементы математической статистики</b>					
5	Выборочный метод.	23	1	2	20	Обсуждение на занятии тест
6	Статистическая проверка гипотез.	13	1	2	10	Д.к.р. и отчет по ней
	Экзамен	9			9	
	<b>Итого:</b>	<b>108</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>96</b>	

### 4.3. Содержание тем дисциплины

#### **Часть 1.** Теория вероятностей.

##### *Тема 1. Элементы комбинаторики.*

Основные правила комбинаторики: правило суммы, правило произведения. Размещения с повторениями и без повторений. Перестановки без повторений. Перестановки с повторениями и полиномиальная теорема. Сочетание с повторениями. Основные задачи комбинаторики и методы комбинаторных рассуждений.

##### *Тема 2. Случайные события.*

Вероятностный эксперимент. Предмет и задачи теории вероятностей. Краткий исторический очерк. Пространство элементарных событий. Алгебра случайных событий. Относительная частота и ее устойчивость. Аксиомы теории вероятностей. Следствия из аксиом. Вероятностное пространство. Различные подходы к определению вероятности: классический, геометрический, статический, экспертных оценок. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теоремы умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение независимых испытаний. Формула Бернулли. Формулы Пуассона и Муавра-Лапласа.

##### *Тема 3. Дискретные и непрерывные случайные величины.*

Случайная величина – функция на пространстве случайных событий. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Геометрическое распределение. Распределение Пуассона. Числовые характеристики случайных величин: (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение) и их свойства.

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра – Лапласа.

#### **Часть 2.** Элементы математической статистики.

##### *Тема 4. Выборочный метод.*

Основные цели математической статистики. Основные понятия математической статистики: вариационный ряд, мода, медиана и т. д. Выборочный метод. Точность оценки, доверительная вероятность. Доверительный интервал. Характеристики генеральных совокупностей и выборки. Оценка точности случайной выборки.

##### *Тема 5. Статистическая проверка гипотез.*

Статистические гипотезы. Статистический критерий. Ошибки I и II рода. Критерий согласия Пирсона и схема его применения. Критерий согласия Колмогорова.

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Представленный курс предусматривает наличие теоретических лекционных занятий, на которых студенты знакомятся с фундаментальными основами и принципами работы с

базами данных на современном этапе их развития, студенты формируют навыки корректной и плодотворной работы с различными видами информации.

В курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» применяются традиционные формы организации аудиторной работы: лекции (в том числе интерактивные), практические занятия, коллоквиумы, в рамках которых предусмотрено использование технологии проблемного обучения, активных форм и методов обучения, представленных в таблице.

Название раздела, темы	Вид занятий	Активные формы и методы обучения
Решение комбинаторных задач	Практическое занятие	Работа в малых группах: решение кейсов, содержащих конкретные комбинаторные задачи.
Случайные события. Теоремы умножения и сложения вероятностей	Практическое занятие	Учебная исследовательская работа (УИР) по решению конкретных задач разными способами. Защита работ.
Проверка статистических гипотез	Интерактивная лекция	Круглый стол «Критерии согласия для проверки статистических гипотез».

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

### 6.1. Планирование самостоятельной работы

Темы занятий	Количество часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Всего	Аудиторных	Самостоят. работы		
Элементы комбинаторики	18	1	17	Выучить основные определения понятий по теме. Разобрать решение задач двумя способами: по основным правилам и с помощью комбинаторных соединений. Решить предложенные на дом задачи.	Обсуждение на занятии. Проверка домашней работы.
Случайные события.	22	2	20	Выучить основные определения понятий по теме. Подготовка тезисов по изученному материалу.	Обсуждение тезисов, тест, обсуждение на занятии
Дискретные и непрерывные случайные величины	23	3	20	Разобрать решение задач о законах распределения случайных величин. Решить предложенные на дом задачи.	Проверка таблицы. Обсуждение на занятии. Тест
Выборочный метод.	23	3	20	Выучить основные определения понятий по теме. Подготовка к лабораторной работе, тесту	Обсуждение домашней работы, тест
Статистическая проверка гипотез.	13	3	10	Подготовка к лабораторной работе. Подготовка к тесту	Тест, решение задач у доски, отчет по д.к.р.
Экзамен	9		9		
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>12</b>	<b>96</b>		

## 6.2. Задания и методические указания по организации самостоятельной работы

Текущий контроль усвоения знаний ведется по итогам выполнения практических заданий, сделанных студентами в ходе практических занятий. На занятиях ведется проверка владения терминами и понятиями в форме устного или письменного опроса. По отдельным темам для проверки текущих знаний проводится компьютерное тестирование. В процессе обучения предусмотрена подготовка сообщений и рефератов по предложенным темам.

### Список вопросов, выносимых на самостоятельное изучение

1. Числовые характеристики случайной величины, имеющей геометрическое распределение.
2. Задача о нахождении закона распределения функции случайной величины.
3. Условные распределения составляющих двумерной случайной величины.
4. Свойства ковариации (доказательства).
5. Первичная статистическая обработка данных предложенной случайной выборки.

### Примерные варианты контрольных работ

#### *Контрольная работа № 1*

1. Сколько разных стартовых шестерок можно образовать из числа 10 волейболистов?
2. Сколько разных слов можно составить из слова «параллелограмм»?
3. В классе 30 человек. Необходимо выбрать старосту, его заместителя, физорга и редактора газеты. Сколькими способами можно это сделать, если один учащийся может занимать только один пост?
4. Сколько существует пятизначных номеров телефонов, не содержащих цифр 0, 1, 2.
5. На полке 5 книг. Надо выбрать 2 книги из имеющихся. Сколькими способами читатель может их выбрать?
6. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 2; 0 и 7, если цифры могут повторяться?
7. Сколько различных чисел меньше ста тысяч можно составить из цифр 2; 0 и 7, если цифры могут повторяться?
8. Сколькими способами можно расставить 7 книг, чтобы две данные книги не стояли рядом?

#### *Контрольная работа № 2*

1. Из 60 вопросов, включенных в экзамен, ученик подготовил 50. Какова вероятность того, что из предложенных ему 3 вопросов он знает 2?
2. Три стрелка одновременно и независимо друг от друга стреляют по одной и той же мишени. Вероятность попадания в мишень первым стрелком 0.4, вторым – 0.5, третьим – 0.7. Найти вероятность того, что в результате произведенного залпа в мишени окажется ровно 2 пробоины.
3. С первого станка автомата на сборку поступают 40%, со второго – 30%, с третьего – 20%, с четвертого – 10% деталей. Среди деталей, выпущенным первым станком, 2% бракованных, вторым – 1%, третьим – 0.5%, четвертым – 0.2%. Найдите вероятность того, что деталь, поступившая на сборку, не бракованная.
4. В партии из 100 деталей имеется 7 нестандартных. Найти вероятность того, что при испытании из 6 взятых наугад деталей ровно 4 нестандартных.
5. Вероятность повреждения изделия при перевозке 0.02. Найти вероятность того, что из 1000 изделий будет повреждено 5; от 4 до 8; хотя бы одно

#### *Контрольная работа № 3*

1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,9. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется или не израсходует 4 патрона. Случайная величина – число попаданий по мишени. Записать закон распределения этой случайной величины; вычислить ее математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение; составить функцию распределения и построить ее график.

2. Дана функция распределения  $F(x)$  непрерывной случайной величины  $X$ . Требуется: а) найти входящие в ее выражение неизвестные параметры; б) найти плотность распределения  $f(x)$ ; в) найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение величины  $X$ ; г) построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0; \\ \frac{x}{.1} \left( 2 - \frac{x}{.1} \right), & \text{если } 0 \leq x \leq 2; \\ 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

3. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со среднее квадратическим отклонением, равным 1 мм, и математическим ожиданием, равным 0. Найти вероятность того, что измерение было произведено с ошибкой, по модулю превосходящей 1,5 мм.

#### *Контрольная работа по математической статистике (домашняя)*

По данным выборки установить теоретический закон распределения случайной величины и проверить согласованность статистического и теоретического распределений по критерию Пирсона при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

14,22	13,14	16,78	12,64	11,91	14,43	19,11	19,58	19,04	19,02
12,45	13,85	16,36	8,65	6,60	16,56	13,21	9,25	19,31	12,25
14,58	20,95	16,34	16,22	17,38	11,67	11,68	20,05	11,07	10,69
12,64	23,65	20,54	23,97	16,64	21,18	11,03	17,85	21,68	12,31
8,93	16,90	12,78	15,32	23,10	22,03	22,87	15,21	9,64	22,45
3,18	17,64	17,54	20,12	15,35	10,23	11,21	13,94	12,40	19,21
19,63	22,22	18,32	13,24	21,85	14,01	7,89	14,21	24,56	13,26
16,0	17,85	5,23	19,63	24,01	11,44	21,54	15,36	12,45	6,89
26,38	16,65	11,57	7,63	18,66	16,16	20,05	14,27	23,69	16,61
17,85	14,25	15,65	14,42	20,03	19,95	23,65	16,23	13,87	12,51

#### **Критерии оценивания практического задания**

- оценка «отлично» – работа выполнена полностью и правильно.
- оценка «хорошо» – работа выполнена правильно с учетом 2-3 несущественных ошибок исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.
- оценка «удовлетворительно» – работа выполнена правильно не менее, чем на половину или допущена существенная ошибка.
- оценка «неудовлетворительно» – допущены две (и более) существенные ошибки в ходе работы, которые студент не может исправить даже по требованию преподавателя.

#### **Вопросы к экзамену**

##### *Тема 1. Элементы комбинаторики*

1. Правила суммы и произведения. Размещения с повторениями и без повторений.



2. Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями.
3. Перестановки с повторениями. Перестановки без повторений.

*Тема 2. Случайные события*

4. Предмет теории вероятностей. Основные определения. Виды случайных событий.
5. Алгебра событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.

Примеры.

6. Статистический и геометрический подход к определению вероятности. Примеры.
7. Теоремы сложения вероятностей. Противоположные события.
8. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события.
9. Формулы полной вероятности и Байеса. Примеры.
10. Схема Бернулли. Примеры.
11. Асимптотические формулы. Формула Пуассона.
12. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.

*Тема 3. Дискретные и непрерывные случайные величины*

13. Случайные величины. Примеры. Дискретная случайная величина, закон распределения дискретной случайной величины и способы его задания.
14. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
15. Математическое ожидание и его свойства.
16. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины и их свойства.
17. Законы распределения дискретных случайных величин.
18. Функция распределения случайной величины и её свойства.
19. Непрерывные случайные величины.
20. Плотность распределения вероятностей и её свойства. Связь между функциями  $F(x)$  и  $f(x)$ . Вероятностный смысл плотности распределения.
21. Законы распределения непрерывных случайных величин. Равномерный закон распределения, математическое ожидание и дисперсия в этом законе.
22. Нормальное распределение. Кривая Гаусса.
23. Вероятность попадания в заданный интервал нормально распределённой случайной величины. Правило «трёх сигм».
24. Показательное распределение. Числовые характеристики этого распределения. Функция надёжности.
25. Некоторые другие характеристики непрерывных случайных величин (начальные и центральные моменты, асимметрия и эксцесс).

*Тема 4. Выборочный метод*

26. Предмет математической статистики. Задачи курса. Основные понятия.
27. Вариационный ряд и его характеристики.
28. Статистические оценки параметров распределения.
29. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
30. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания, дисперсии.

*Тема 5. Статистическая проверка гипотез*

31. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости
32. Проверка статистических гипотез. Схема применения критерия согласия Пирсона.
33. Критерий согласия Колмогорова

**Критерии оценивания**

Билет содержит два теоретических вопроса и две задачи. «зачтено», ставится, если студент отвечает хотя бы на два из трёх вопросов билета; «неудовлетворительно» – во всех остальных случаях.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### *Основная литература*

1. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 425 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18264-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/534639> (дата обращения: 09.08.2024).

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/541918> (дата обращения: 09.08.2024).

### *Дополнительная литература*

3. Захарова, А.Е. Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики в основной школе [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / А.Е. Захарова, Ю.М. Высочанская. — Москва: Лаборатория знаний, 2015. — 138 с.

4. Свешников, А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс] : учеб. Пособие. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 448 с.

5. Туганбаев, А.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 320 с.

6. Хуснутдинов, Р.Ш. Сборник задач по курсу теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учеб. пособие. — Санкт-Петербург: Лань, 2014. — 320 с.

7. Малугин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 470 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05470-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540056> (дата обращения: 09.08.2024).

### *Интернет-ресурсы*

1. Math.ru [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.math.ru/> — (дата обращения 2019 г.).

2. Теория вероятностей – решение задач. [www.ph4s.ru](http://www.ph4s.ru) [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://www.ph4s.ru/book\\_ab\\_mat\\_zad.html](http://www.ph4s.ru/book_ab_mat_zad.html) — (дата обращения 2019 г.).

## 8. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

1. Аудитория – 214 А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиапроектор.