

Министерство просвещения Российской Федерации
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики
Кафедра информационных технологий и физико-математического образования

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.07.10 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА**

Уровень высшего образования	Бакалавриат
Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Профиль	Математика
Форма обучения	Заочная
Автор:	Доцент кафедры ИТФМ Вязовова Е.В.

Одобрена на заседании кафедры информационных технологий и физико-математического образования. Протокол от 12 января 2024 г. № 6.

Рекомендована к использованию в образовательной деятельности научно-методической комиссией ФЕМИ НТГСПИ(ф)РГППУ. Протокол от 23 января 2024 г. № 5.

Нижний Тагил
2024

СОДЕРЖАНИЕ

<u>1. Цель и задачи освоения дисциплины</u>	3
<u>2. Место дисциплины в структуре образовательной программы</u>	3
<u>3. Результаты освоения дисциплины</u>	3
<u>4. Структура и содержание дисциплины</u>	4
<u>4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы</u>	4
<u>4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины</u>	4
<u>4.3. Содержание тем дисциплины</u>	5
<u>5. Образовательные технологии</u>	6
<u>6. Учебно-методические материалы</u>	6
<u>6.1. Планирование самостоятельной работы</u>	6
<u>6.2. Задания и методические указания по организации самостоятельной работы</u>	7
<u>7. Учебно-методическое и информационное обеспечение</u>	10
<u>8. Текущий контроль качества усвоения знаний</u>	11

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель изучения дисциплины – формирование систематизированных знаний в области теории вероятностей и математической статистики, их основных методов.

Задачи:

сформировать у студентов представление о роли и месте теории вероятностей в математике;

заложить базовые знания для дальнейшего изучения математических дисциплин;

научить применять основы математической статистики для обработки результатов исследований.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика». Дисциплина Б1.О.07.10 «Теория вероятностей и основы математической статистики» включена в предметно-методический модуль. Дисциплина реализуется на кафедре информационных технологий и физико-математического образования.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций

Категория (группа) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1. Знает основные источники и методы поиска информации, необходимой для решения поставленных задач
		ИУК 1.2. Умеет осуществлять поиск информации для решения поставленных задач, применять методы критического анализа и синтеза информации
		ИУК 1.3. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки; отличает факты от мнений, интерпретаций и оценок; применяет методы системного подхода для решения поставленных задач
Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).
		ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.
		ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
	ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).
ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании		

	метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	(предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности.
--	---	---

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики; дискретные и непрерывные случайные величины, законы их распределения; выборочный метод, статистические оценки параметров распределения, элементы теории корреляции, статистическую проверку гипотез;

классические методы математической статистики, используемые при планировании, проведение и обработке результатов экспериментов в математике, в педагогике, психологии и других дисциплинах;

уметь:

решать типовые статистические задачи для математики, педагогики и психологии;

планировать процесс математической обработки экспериментальных данных;

владеть:

основными технологиями статистической обработки экспериментальных данных на основе теоретических положений теории вероятностей и математической статистики;

навыками использования современных методов статистической обработки информации для диагностирования достижений обучающихся.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Вид работы	Форма обучения
	Заочная
	6 семестр
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	108
Контактная работа, в том числе:	12
Лекции	4
Практические занятия	8
Самостоятельная работа	87
Подготовка к экзамена, сдача экзамена	9

4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины

	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего часов	Вид контактной работы, час		Самостоятельные работы	Формы текущего контроля
			Лекции	Практические работы		
	Часть 1. Теория вероятностей					
1	Элементы комбинаторики	18		1	17	Обсуждение на занятии

						К.р. №1
2	Случайные события.	22	1	1	20	Обсуждение на занятии, тест, к.р. №2
3	Случайные величины и их характеристики	23	1	2	20	К.р. №3, тест
	Часть 2. Элементы математической статистики					
5	Выборочный метод.	23	1	2	20	Обсуждение на занятии тест
6	Статистическая проверка гипотез.	13	1	2	10	Д.к.р. и отчет по ней
	Экзамен	9			9	
	Итого:	108	4	8	96	

4.3. Содержание тем дисциплины

Часть 1. Теория вероятностей.

Тема 1. Элементы комбинаторики.

Основные правила комбинаторики: правило суммы, правило произведения. Размещения с повторениями и без повторений. Перестановки без повторений. Перестановки с повторениями и полиномиальная теорема. Сочетание с повторениями. Основные задачи комбинаторики и методы комбинаторных рассуждений.

Тема 2. Случайные события.

Вероятностный эксперимент. Предмет и задачи теории вероятностей. Краткий исторический очерк. Пространство элементарных событий. Алгебра случайных событий. Относительная частота и ее устойчивость. Аксиомы теории вероятностей. Следствия из аксиом. Вероятностное пространство. Различные подходы к определению вероятности: классический, геометрический, статический, экспертных оценок. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теоремы умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение независимых испытаний. Формула Бернулли. Формулы Пуассона и Муавра-Лапласа.

Тема 3. Дискретные и непрерывные случайные величины.

Случайная величина – функция на пространстве случайных событий. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Геометрическое распределение. Распределение Пуассона. Числовые характеристики случайных величин: (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение) и их свойства.

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра – Лапласа.

Часть 2. Элементы математической статистики.

Тема 4. Выборочный метод.

Основные цели математической статистики. Основные понятия математической статистики: вариационный ряд, мода, медиана и т. д. Выборочный метод. Точность оценки, доверительная вероятность. Доверительный интервал. Характеристики генеральных совокупностей и выборки. Оценка точности случайной выборки.

Тема 5. Статистическая проверка гипотез.

Статистические гипотезы. Статистический критерий. Ошибки I и II рода. Критерий согласия Пирсона и схема его применения. Критерий согласия Колмогорова.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Представленный курс предусматривает наличие теоретических лекционных занятий, на которых студенты знакомятся с фундаментальными основами и принципами работы с

базами данных на современном этапе их развития, студенты формируют навыки корректной и плодотворной работы с различными видами информации.

В курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» применяются традиционные формы организации аудиторной работы: лекции (в том числе интерактивные), практические занятия, коллоквиумы, в рамках которых предусмотрено использование технологии проблемного обучения, активных форм и методов обучения, представленных в таблице.

Название раздела, темы	Вид занятий	Активные формы и методы обучения
Решение комбинаторных задач	Практическое занятие	Работа в малых группах: решение кейсов, содержащих конкретные комбинаторные задачи.
Случайные события. Теоремы умножения и сложения вероятностей	Практическое занятие	Учебная исследовательская работа (УИР) по решению конкретных задач разными способами. Защита работ.
Проверка статистических гипотез	Интерактивная лекция	Круглый стол «Критерии согласия для проверки статистических гипотез».

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1. Планирование самостоятельной работы

Темы занятий	Количество часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Всего	Аудиторных	Самостоят. работы		
Элементы комбинаторики	18	1	17	Выучить основные определения понятий по теме. Разобрать решение задач двумя способами: по основным правилам и с помощью комбинаторных соединений. Решить предложенные на дом задачи.	Обсуждение на занятии. Проверка домашней работы.
Случайные события.	22	2	20	Выучить основные определения понятий по теме. Подготовка тезисов по изученному материалу.	Обсуждение тезисов, тест, обсуждение на занятии
Дискретные и непрерывные случайные величины	23	3	20	Разобрать решение задач о законах распределения случайных величин. Решить предложенные на дом задачи.	Проверка таблицы. Обсуждение на занятии. Тест
Выборочный метод.	23	3	20	Выучить основные определения понятий по теме. Подготовка к лабораторной работе, тесту	Обсуждение домашней работы, тест
Статистическая проверка гипотез.	13	3	10	Подготовка к лабораторной работе. Подготовка к тесту	Тест, решение задач у доски, отчет по д.к.р.
Экзамен	9		9		
Итого	108	12	96		

6.2. Задания и методические указания по организации самостоятельной работы

Текущий контроль усвоения знаний ведется по итогам выполнения практических заданий, сделанных студентами в ходе практических занятий. На занятиях ведется проверка владения терминами и понятиями в форме устного или письменного опроса. По отдельным темам для проверки текущих знаний проводится компьютерное тестирование. В процессе обучения предусмотрена подготовка сообщений и рефератов по предложенным темам.

Список вопросов, выносимых на самостоятельное изучение

1. Числовые характеристики случайной величины, имеющей геометрическое распределение.
2. Задача о нахождении закона распределения функции случайной величины.
3. Условные распределения составляющих двумерной случайной величины.
4. Свойства ковариации (доказательства).
5. Первичная статистическая обработка данных предложенной случайной выборки.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1

1. Сколько разных стартовых шестерок можно образовать из числа 10 волейболистов?
2. Сколько разных слов можно составить из слова «параллелограмм»?
3. В классе 30 человек. Необходимо выбрать старосту, его заместителя, физорга и редактора газеты. Сколькими способами можно это сделать, если один учащийся может занимать только один пост?
4. Сколько существует пятизначных номеров телефонов, не содержащих цифр 0, 1, 2.
5. На полке 5 книг. Надо выбрать 2 книги из имеющихся. Сколькими способами читатель может их выбрать?
6. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 2; 0 и 7, если цифры могут повторяться?
7. Сколько различных чисел меньше ста тысяч можно составить из цифр 2; 0 и 7, если цифры могут повторяться?
8. Сколькими способами можно расставить 7 книг, чтобы две данные книги не стояли рядом?

Контрольная работа № 2

1. Из 60 вопросов, включенных в экзамен, ученик подготовил 50. Какова вероятность того, что из предложенных ему 3 вопросов он знает 2?
2. Три стрелка одновременно и независимо друг от друга стреляют по одной и той же мишени. Вероятность попадания в мишень первым стрелком 0.4, вторым – 0.5, третьим – 0.7. Найти вероятность того, что в результате произведенного залпа в мишени окажется ровно 2 пробоины.
3. С первого станка автомата на сборку поступают 40%, со второго – 30%, с третьего – 20%, с четвертого – 10% деталей. Среди деталей, выпущенным первым станком, 2% бракованных, вторым – 1%, третьим – 0.5%, четвертым – 0.2%. Найдите вероятность того, что деталь, поступившая на сборку, не бракованная.
4. В партии из 100 деталей имеется 7 нестандартных. Найти вероятность того, что при испытании из 6 взятых наугад деталей ровно 4 нестандартных.
5. Вероятность повреждения изделия при перевозке 0.02. Найти вероятность того, что из 1000 изделий будет повреждено 5; от 4 до 8; хотя бы одно

Контрольная работа № 3

1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,9. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется или не израсходует 4 патрона. Случайная величина – число попаданий по мишени. Записать закон распределения этой случайной величины; вычислить ее математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение; составить функцию распределения и построить ее график.

2. Дана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X . Требуется: а) найти входящие в ее выражение неизвестные параметры; б) найти плотность распределения $f(x)$; в) найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение величины X ; г) построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0; \\ \frac{x}{.1} \left(2 - \frac{x}{.1} \right), & \text{если } 0 \leq x \leq 2; \\ 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

3. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со среднеквадратическим отклонением, равным 1 мм, и математическим ожиданием, равным 0. Найти вероятность того, что измерение было произведено с ошибкой, по модулю превосходящей 1,5 мм.

Контрольная работа по математической статистике (домашняя)

По данным выборки установить теоретический закон распределения случайной величины и проверить согласованность статистического и теоретического распределений по критерию Пирсона при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

14,22	13,14	16,78	12,64	11,91	14,43	19,11	19,58	19,04	19,02
12,45	13,85	16,36	8,65	6,60	16,56	13,21	9,25	19,31	12,25
14,58	20,95	16,34	16,22	17,38	11,67	11,68	20,05	11,07	10,69
12,64	23,65	20,54	23,97	16,64	21,18	11,03	17,85	21,68	12,31
8,93	16,90	12,78	15,32	23,10	22,03	22,87	15,21	9,64	22,45
3,18	17,64	17,54	20,12	15,35	10,23	11,21	13,94	12,40	19,21
19,63	22,22	18,32	13,24	21,85	14,01	7,89	14,21	24,56	13,26
16,0	17,85	5,23	19,63	24,01	11,44	21,54	15,36	12,45	6,89
26,38	16,65	11,57	7,63	18,66	16,16	20,05	14,27	23,69	16,61
17,85	14,25	15,65	14,42	20,03	19,95	23,65	16,23	13,87	12,51

Критерии оценивания практического задания

- оценка «отлично» – работа выполнена полностью и правильно.
- оценка «хорошо» – работа выполнена правильно с учетом 2-3 несущественных ошибок исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.
- оценка «удовлетворительно» – работа выполнена правильно не менее, чем на половину или допущена существенная ошибка.
- оценка «неудовлетворительно» – допущены две (и более) существенные ошибки в ходе работы, которые студент не может исправить даже по требованию преподавателя.

Вопросы к экзамену

Тема 1. Элементы комбинаторики

1. Правила суммы и произведения. Размещения с повторениями и без повторений.

2. Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями.
 3. Перестановки с повторениями. Перестановки без повторений.
- Тема 2. Случайные события*
4. Предмет теории вероятностей. Основные определения. Виды случайных событий.
 5. Алгебра событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Примеры.
 6. Статистический и геометрический подход к определению вероятности. Примеры.
 7. Теоремы сложения вероятностей. Противоположные события.
 8. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события.
 9. Формулы полной вероятности и Байеса. Примеры.
 10. Схема Бернулли. Примеры.
 11. Асимптотические формулы. Формула Пуассона.
 12. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.
- Тема 3. Дискретные и непрерывные случайные величины*
13. Случайные величины. Примеры. Дискретная случайная величина, закон распределения дискретной случайной величины и способы его задания.
 14. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
 15. Математическое ожидание и его свойства.
 16. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины и их свойства.
 17. Законы распределения дискретных случайных величин.
 18. Функция распределения случайной величины и её свойства.
 19. Непрерывные случайные величины.
 20. Плотность распределения вероятностей и её свойства. Связь между функциями $F(x)$ и $f(x)$. Вероятностный смысл плотности распределения.
 21. Законы распределения непрерывных случайных величин. Равномерный закон распределения, математическое ожидание и дисперсия в этом законе.
 22. Нормальное распределение. Кривая Гаусса.
 23. Вероятность попадания в заданный интервал нормально распределённой случайной величины. Правило «трёх сигм».
 24. Показательное распределение. Числовые характеристики этого распределения. Функция надёжности.
 25. Некоторые другие характеристики непрерывных случайных величин (начальные и центральные моменты, асимметрия и эксцесс).
- Тема 4. Выборочный метод*
26. Предмет математической статистики. Задачи курса. Основные понятия.
 27. Вариационный ряд и его характеристики.
 28. Статистические оценки параметров распределения.
 29. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
 30. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания, дисперсии.
- Тема 5. Статистическая проверка гипотез*
31. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости
 32. Проверка статистических гипотез. Схема применения критерия согласия Пирсона.
 33. Критерий согласия Колмогорова

Критерии оценивания

Билет содержит два теоретических вопроса и две задачи. «зачтено», ставится, если студент отвечает хотя бы на два из трёх вопросов билета; «неудовлетворительно» – во всех остальных случаях.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 425 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18264-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/534639> (дата обращения: 09.08.2024).

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/541918> (дата обращения: 09.08.2024).

Дополнительная литература

3. Захарова, А.Е. Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики в основной школе [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / А.Е. Захарова, Ю.М. Высочанская. — Москва: Лаборатория знаний, 2015. — 138 с.

4. Свешников, А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс] : учеб. Пособие. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 448 с.

5. Туганбаев, А.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 320 с.

6. Хуснутдинов, Р.Ш. Сборник задач по курсу теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учеб. пособие. — Санкт-Петербург: Лань, 2014. — 320 с.

7. Малугин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 470 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05470-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540056> (дата обращения: 09.08.2024).

Интернет-ресурсы

1. Math.ru [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.math.ru/> — (дата обращения 2019 г.).

2. Теория вероятностей – решение задач. www.ph4s.ru [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://www.ph4s.ru/book_ab_mat_zad.html — (дата обращения 2019 г.).

8. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

1. Аудитория – 214 А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиапроектор.