

Министерство просвещения Российской Федерации  
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)  
федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики  
Кафедра информационных технологий и физико-математического образования

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ **Б1.О.07.06 ГЕОМЕТРИЯ**

Уровень высшего образования	Бакалавриат
Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Профиль	Все профили
Форма обучения	Заочная
Автор:	Доцент кафедры ИТФМ Вязовова Е.В.

Одобрена на заседании кафедры информационных технологий и физико-математического образования. Протокол от 12 января 2024 г. № 6.

Рекомендована к использованию в образовательной деятельности научно-методической комиссией ФЕМИ НТГСПИ(ф)РГППУ. Протокол от 23 января 2024 г. № 5.

Нижний Тагил  
2024

## СОБЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	3
3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	4
4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины.....	4
4.3. Содержание курса.....	5
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....	6
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ.....	6
6.1. Планирование самостоятельной работы.....	6
6.2. Задания для организации самостоятельной работы.....	7
7.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.....	7
8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА.....	8
9. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ.....	8

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель дисциплины:** изучение фундаментальных понятий элементарной геометрии, групповой и структурной точек зрения на геометрию, неевклидовых геометрий.

**Задачи дисциплины:**

1. Знакомство с геометрическими образами и их свойствами евклидова и аффинного пространств; с аксиоматическим методом построения геометрии и различными ее аксиомами.
2. Приобретение умений применять изученную теорию к доказательству теорем и решению задач, в том числе и школьного курса геометрии; показать роль различных приемов и методов решения задач на вычисление, доказательство и построение.
3. Формирование и развитие у будущего учителя пространственного представления, логического мышления, конструкторских навыков.
4. Формирование навыков построения грамотных и наглядных чертежей в тетрадах и на классной доске.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Геометрия» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профили «Математика и информатика». Дисциплина включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)», раздел Б1.О «Обязательная часть» в рамках модуля Б1.О.06 «Предметно-методический модуль». Дисциплина реализуется кафедрой информационных технологий и физико-математического образования.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций

Категория (группа) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1. Знает основные источники и методы поиска информации, необходимой для решения поставленных задач
		ИУК 1.2. Умеет осуществлять поиск информации для решения поставленных задач, применять методы критического анализа и синтеза информации
		ИУК 1.3. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки; отличает факты от мнений, интерпретаций и оценок; применяет методы системного подхода для решения поставленных задач
Научные основы педагогической деятельности	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).
		ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.
		ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
	ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).
		ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности.

В результате изучения курса студенты должны **знать**:

- основные понятия геометрий аффинного и евклидова пространств;
- аксиоматический метод построения геометрии;
- понятия групповой и структурной точек зрения на геометрию;
- методы решения задач на вычисление, доказательство и построение;

**уметь**:

- решать типовые задачи на вычисление, доказательство и построение;
- выполнять построения грамотных и наглядных чертежей в тетрадях и на классной доске;

**владеть**:

- конструкторскими навыками выполнения чертежей;
- различными приемами и методами решения задач на вычисление, доказательство и построение.

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зач. ед. (360 часов). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ**

Вид работы	Форма обучения
	очная
	Кол-во часов
<b>Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану</b>	<b>396</b>
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>40</b>
Лекции	16
Практические занятия	24
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>356</b>
Самоподготовка к текущему контролю знаний	330
Подготовка к зачету, экзаменам	26

### 4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины

**Тематический план дисциплины для очной формы обучения**

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего, часов	Вид контактной работы, час		Самостоятельная работа, час	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практ. работы		
1. Геометрические построения на плоскости.	68	2	4	62	Контрольная работа №1
Зачет	4			4	
2. Геометрические преобразования	108	4	6	94	Контрольная работа №2

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего, часов	Вид контактной работы, час		Самостоятельная работа, час	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практ. работы		
плоскости.					
Зачет с оценкой	4			9	
3. Методы изображений.	99	4	6	89	Контрольная работа №3
Экзамен	9			9	
4. Основные факты проективной геометрии	99	6	8	85	Контрольная работа №4
Экзамен	9			9	
<b>Итого</b>	<b>396</b>	<b>16</b>	<b>24</b>	<b>356</b>	

### 4.3. Содержание курса

#### **Тема 1. Геометрические построения на плоскости**

Задачи на построение с помощью циркуля и линейки. Постулаты построения. Схема решения задач на построение. Решение задач на построение методом пересечения фигур. Алгебраический метод решения задач на построение. Признак разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Примеры задач на построение, неразрешимые циркулем и линейкой.

#### **Тема 2. Геометрические преобразования плоскости.**

Отображения и преобразования множеств. Группа преобразований множества и ее подгруппа. Движения плоскости. Движения I и II рода. Частные виды движений: параллельный перенос, осевая симметрия, поворот, скользящая симметрия. Решение задач на построение методом геометрических преобразований. Классификация движений плоскости. Группа движений плоскости и ее подгруппы. Группа симметрий геометрической фигуры. Группа преобразований подобия плоскости. Группа аффинных преобразований плоскости.

#### **Тема 3. Методы изображений.**

Изображение фигуры на плоскости. Параллельное проектирование и его свойства. Требования, предъявляемые к изображениям фигур в школьном курсе геометрии. Изображения плоских фигур в параллельной проекции. Ортогональное проектирование. Изображение окружности. Теорема Польке-Шварца. Изображение многогранников в параллельной проекции. Изображения конуса, цилиндра, шара. Аксонометрия. Изображение прямых и плоскостей в аксонометрии. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи. Методы построений сечений многогранников, цилиндра, конуса. Метрические задачи на плоскости и в пространстве.

#### **Тема 4. Основные факты проективной геометрии.**

Определение проективного пространства. Простейшие свойства проективной плоскости и трехмерного проективного пространства. Модели проективной прямой, плоскости и проективного пространства. Координаты точек на проективной плоскости и проективной прямой. Преобразование проективных координат. Уравнение прямой на проективной плоскости, координаты прямой. Принцип двойственности. Теорема Дезарга. Сложное отношение четырех точек прямой и четырех прямых пучка и их свойства. Предмет проективной геометрии. Полный четырехвершинник. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Сочетание традиционных форм и методов ведения занятий с элементами современных интерактивных технологий – проблемное обучение, метода «мозгового штурма», дискуссии, коллективных способ обучения, исследовательского метода, технологии развития критического мышления через чтение и письмо.

На лекциях рассматриваются наиболее важные вопросы, на практических занятиях решаются задачи на применение теории и разбираются вопросы и задачи, предложенные для самостоятельного изучения. Рекомендуется, в частности, система индивидуальных заданий по темам курса. По отдельным темам можно предложить доклады и рефераты.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

### 6.1. Планирование самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов включает следующие виды деятельности;

- Разбор теоретического материала при подготовке к практическим занятиям.
- Выполнение текущих домашних работ (после каждого занятия). На занятии контролируется выполнение домашнего задания. Разбираются нерешенные задачи.
- Выполнение домашних контрольных работ.
- Подготовка к дифференцированному зачету, экзамену.

### Планирование самостоятельной работы

Название темы занятий	Распределение часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Трудоемкость	Ауд. Занятия	Самос. работа		
1. Геометрические построения на плоскости	68	6	62	Выполнить индивидуальную домашнюю контрольную работу. Разобрать примеры задач, неразрешимых циркулем и линейкой. Разобрать основные множества точек.	Обсуждение на занятии. Проверка конспекта. Дом. к.р. № 1
2. Геометрические преобразования плоскости	104	10	94	Выполнить индивидуальную домашнюю контрольную работу. Составить перечень основных определений по теме. Доказать свойства и теоремы, предложенные на лекции. Группа симметрий геометрической фигуры. Преобразования пространства. Виды движения пространства. Группа симметрий правильного тетраэдра и куба.	Обсуждение решений на занятии. Дом. к.р. № 2 Презентация сделанной работы на занятии. Реферат по теме.
3. Методы изображений	99	10	89	Выполнить индивидуальную домашнюю контрольную работу. Разобрать ряд вопросов: изображение меридиана шара, построение общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых. Сделать чертеж шара, его полюсов, экватора, параллели и меридиана.	Дом. к.р. № 3 Презентация сделанной работы на занятии.
4. Основные факты проективной геометрии	99	3140	85	Выполнить индивидуальную домашнюю контрольную работу. Разобрать примеры задач на построение на проективной прямой и плоскости. Применение	Обсуждение на занятии.

Название темы занятий	Распределение часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Трудоемкость	Ауд. Занятия	Самос. работа		
				теоремы Дезарга к решению задач школьного курса геометрии	
Сдача зачета	4		4		
Сдача зачета с оценкой	4		4		
Сдача экзаменов	18		18		
Всего в часах	<b>396</b>	<b>40</b>	<b>356</b>		

## 6.2. Задания для организации самостоятельной работы

### *Темы докладов и рефератов*

1. Геометрические построения в курсе геометрии 7-9 классов школы.
2. Метод пересечения фигур при решении задач на построение.
3. Радиальная ось двух окружностей, ее свойства и применение.
4. Метод подобия при решении задач на построение.
5. Метод симметрии и спрямления.
6. Метод инверсии.
7. Метод аффинных преобразований.
8. Алгебраический метод. Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.
9. Решение задач на построение одним циркулем.
10. Решение задач на построение одной линейкой.
11. Построение правильных многоугольников.
12. Решение задач с недоступными элементами.
13. Применение тригонометрии к решению задач на построение.
14. Построения с помощью двусторонней линейки, прямого или острого угла.
15. Построение треугольников по различным элементам.
16. Построение четырехугольников по различным элементам.
17. Задачи на построение, неразрешимые циркулем и линейкой.
18. Построение корней третьей и четвертой степеней.
19. Обзор литературы по теме «Геометрические построения на плоскости».
20. Сложное отношение четырех точек прямой и четырех прямых пучка и их свойства.
21. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### *Основная литература*

1. Далингер, В. А. Геометрия: планиметрические задачи на построение : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 155 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05758-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540418> (дата обращения: 09.08.2024).
2. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537920> (дата обращения: 09.08.2024).
3. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для среднего профессионального образования / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 302 с. —

(Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-02939-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539097> (дата обращения: 09.08.2024).

4. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01232-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536935> (дата обращения: 09.08.2024).

#### *Дополнительная литература*

5. Авилова Л.В. Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии (типовые расчеты) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.В. Авилова, В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 288 с. URL: [https://e.lanbook.com/book/37330?category\\_pk=917#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/37330?category_pk=917#book_name)

6. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 912 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/561>

7. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 3 т. Том 1. Планиметрия, преобразования плоскости [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2008. — 312 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/9385>

8. Понарин Я. П. Элементарная геометрия: В 2 т. Том 2. Стереометрия, преобразования пространства [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2008. — 256 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/9386>

9. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 3 т. Том 3. Треугольники и тетраэдры [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2009. — 192 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/9387>

10. Сборник задач по геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С.А. Франгулов [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 256 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/41018>

11. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/430>

#### *Интернет источники*

1. Math.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.math.ru/> – Загл. с экрана (05.09.2018)

2. Math-Net.Ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/> – Загл. с экрана

3. МЦНМО [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.mccme.ru/free-books/> – Загл. с экрана

4. Exponenta.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://exponenta.ru/> – Загл. с экрана

### **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА**

1. Аудитория – 214А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиапроектор.

### **ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ**

Текущая аттестация по дисциплине предусматривает сочетание несложных заданий репродуктивного характера на начальном этапе изучения с более сложными видами



творческих и проблемных заданий. В процессе обучения предусмотрены различные формы текущего контроля:

- устный опрос студентов на занятии по домашней работе;
- письменный опрос по теоретическим вопросам изученной на занятиях темы;
- выполнение домашних индивидуальных контрольных работ;
- выполнение аудиторной контрольной работы
- подготовка сообщений и рефератов по предложенным темам.

Подобное разнообразие видов текущего контроля дает основания для объективной оценки уровня подготовки каждого студента.

Типовые задания	Основные показатели оценки результата
<b>Устный опрос по теме:</b> Аксиоматика конструктивной геометрии.	Приведены аксиомы конструктивной геометрии и следствия из них.
<b>Практическое задание:</b> Обзор основных задач на построение в тетради	Приведены все основные задачи на построение, выполнены аккуратные черчежи с помощью циркуля и линейки, расписаны все этапы построения.
<b>Практическое задание:</b> Построение некоторых множеств плоскости с помощью циркуля и линейки на классной доске	Выполнены аккуратные черчежи с помощью циркуля и линейки на классной доске, расписаны все этапы построения.
<b>Практическое задание:</b> Построение изображение пространственных тел с помощью циркуля и линейки на классной доске.	Выполнены аккуратные построения изображений многогранников с помощью циркуля и линейки за установленное время (не более 5 мин).
<b>Практическое задание:</b> Решить задачу на построение с помощью циркуля и линейки	Практическое задание выполнено в соответствии с этапами решения задач на построения

#### Контрольная работа № 1 (домашняя)

1. Построить треугольник по стороне  $a$ , медиане  $m$ , проведенной к этой стороне, радиусу описанной окружности.
2. Построить параллелограмм по стороне, высоте, проведенной к этой стороне, и углу между диагоналями.
3. Построить треугольник, если даны его биссектриса и отрезки, на которые эта биссектриса делит основание треугольника.
4. Построить треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $a$ ,  $h_a$  и  $b^2 - c^2 = p^2$ , где  $p$  – данный отрезок.
5. Через данные точки  $A$  и  $B$  провести окружность, отсекающую от данной прямой хорду данной длины.
6. Построить прямоугольник, имеющий периметр  $2p$  и равновеликий квадрату со стороной  $a$ .
7. Опишите множество точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний до двух данных точек  $A$  и  $B$  равна квадрату длины данного отрезка  $p$ . Выполнить построения.
8. Построить треугольники по стороне  $a$ , углу  $\beta$  и отношению высот  $h_b : h_c = m : n$ .
9. Построить параллелограмм по стороне  $a$ , высоте  $h$  и отношению его диагоналей  $m : n$ .
10. Построить равнобочную трапецию по сумме  $S$  большого основания и боковой стороны, высоте  $h$  и углу  $\alpha$  при основании трапеции.

#### Контрольная работа № 2 (домашняя)

1. Прямые  $y = \square x + 3$  и  $y = -5x + \square$  симметричны относительно оси  $Oy$ . Допишите уравнения этих прямых.
2. Составьте уравнение образа прямой  $5x + 6y - 2 = 0$  в центральной симметрии относительно точки  $M(-7; -2)$ .
3. Запишите формулы параллельного переноса, который отображает график функции  $y = x^2$  на график функции  $y = x^2 - 12x - 32$ .
4. Дана функция  $y = (x - 1)^3 + 2$ . Найдите функцию, график которой получен из графика данной функции поворотом вокруг точки  $(-3; 2)$  на угол  $90^\circ$  по часовой стрелке.
5. На данных прямой  $2x - 7y - 9 = 0$  и окружности  $x^2 + y^2 - 12x + 4y + 30 = 0$  найдите соответственные точки в гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом  $k = \frac{1}{3}$ .
6. Построить четырехугольник по сторонам и углу между одной парой противоположных сторон.
7. Построить треугольник по разности двух его сторон и углам, противолежащим им.
8. Дана прямая  $m$  и две точки  $A$  и  $B$  по одну сторону от нее. Построить на прямой  $m$  отрезок  $MN$  заданной длины так, чтобы длина ломаной  $AMNB$  была наименьшая.
9. Построить квадрат так, чтобы его центр совпадал с данной точкой, а две смежные вершины лежали по одной на двух данных прямых.
10. В данный треугольник вписать прямоугольник, подобный данному прямоугольнику.
11. Даны отрезки  $a, m, n$  и угол  $\alpha$ . Построить параллелограмм  $ABCD$  так, чтобы  $AD = a$ ;  $AC : BD = m : n$  и  $\angle AOD = \alpha$ , где  $O$  – центр параллелограмма.
12. Даны три окружности, имеющие одну общую точку. Построить окружность, касающуюся их.

#### Контрольная работа № 3 (домашняя)

1. Построить изображение квадрата, вписанного в прямоугольный треугольник, катеты которого относятся как  $1 : 2$ .
2. Дано изображение непрямоугольного треугольника и его ортоцентра. Построить треугольник, подобный оригиналу.
3. Дано изображение окружности. Построить изображение равнобокой трапеции, описанной около окружности, если её острый угол составляет третью часть тупого угла.
4. Основание пирамиды  $SABC$  – прямоугольный треугольник, катеты  $CA$  и  $CB$  которого равны  $a$ , боковое ребро  $SC$  перпендикулярно основанию и также равно  $a$ . Найти радиус сферы, вписанной в пирамиду. Построить изображение пирамиды и центра вписанной сферы.
5. Точки  $M$  и  $N$  расположены на несмежных боковых гранях пятиугольной призмы. Построить точки пересечения прямой  $MN$  с плоскостями всех граней призмы.
6. Построить сечение четырёхугольной призмы плоскостью, определяемой тремя точками, не принадлежащими поверхности призмы.
7. Построить сечение конуса плоскостью, проходящей через заданную на поверхности конуса точку так, чтобы в сечении получилась парабола.
8. В правильном тетраэдре  $ABCD$  точка  $M$  – середина ребра  $AD$ . На поверхности тетраэдра найти множество точек, равноудаленных от точек  $M$  и  $B$ .
9. В правильной четырёхугольной пирамиде, высота которой равна стороне основания, построить сечение плоскостью, проходящей через вершину основания перпендикулярно к противоположному ребру.
10. Построить изображение общего перпендикуляра к диагонали куба и скрещивающейся с ней диагонали грани.

**Критерии оценивания устного ответа:**

- оценка «отлично»: ответ полный и правильный на основании изученных теорий; ответ самостоятельный.
- оценка «хорошо»: ответ правильный на основании изученных теорий; при этом пропущены две-три аксиомы, уточненные по требованию преподавателя.
- оценка «удовлетворительно»: правильно приведены больше половины аксиом конструктивной геометрии и следствий из них.
- оценка «неудовлетворительно»: правильно приведены меньше половины аксиом конструктивной геометрии и следствий из них.

**Критерии оценивания практического задания:**

- оценка «отлично» – работа выполнена полностью и правильно.
- оценка «хорошо» – работа выполнена правильно с учетом 2-3 несущественных ошибок исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.
- оценка «удовлетворительно» – работа выполнена правильно не менее, чем на половину или допущена существенная ошибка.
- оценка «неудовлетворительно» – допущены две (и более) существенные ошибки в ходе работы, которые студент не может исправить даже по требованию преподавателя.

**Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по данной дисциплине проводится в форме зачета (2 семестр), экзамена (3, 4, 5 семестр).

Перечень обязательных видов работы студента по каждому из разделов, необходимых для получения зачета:

- посещение лекционных занятий;
- ответы на теоретические вопросы на практических занятиях;
- решение практических задач (задач на построение) в тетради и на классной доске, выполнение заданий для самостоятельной работы;
- выполнение домашних работ.

Допускается проведение коллоквиума в четвертом семестре по соответствующим теоретическим вопросам.

**Вопросы к дифференцированному зачету (2 семестр)**

*Тема 1. Геометрические построения на плоскости*

1. Аксиомы конструктивной геометрии, аксиомы построения с помощью циркуля и линейки.
2. Основные построения (основные задачи на построение) с помощью циркуля и линейки.
3. Схема решения задач на построение. Число решений задачи на построение. Пример.
4. Метод пересечений решения задач на построение. Пример.
5. Множества точек на плоскости, используемые при решении задач на построение: применяемые в школьном курсе; окружность Аполлония; множество точек плоскости, из которых данный отрезок виден под данным углом.
6. Построение с обоснованием отрезков с помощью циркуля и линейки, заданных простейшими формулами  $(x = a + b, x = a - b (a > b), x = \frac{m}{n} \cdot a (m, n \in N); x = \frac{ab}{c}, x = \sqrt{ab}, x = \sqrt{a^2 + b^2}, x = \sqrt{a^2 - b^2} (a > b))$ .
7. Алгебраический метод решения задач на построение. Пример.
8. Теорема о возможности построения отрезка, заданного формулой, без использования единицы измерения.
9. Признак разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.
10. Задачи, неразрешимые циркулем и линейкой: задача о трисекции угла, задача об удвоении куба, задача о квадратуре круга. Способы их решения другими средствами.

*Тема 2. Геометрические преобразования плоскости*

1. Определение отображения множества во множество. Инъективное, сюръективное, биективное отображения. Преобразование множества. Примеры.
2. Композиция или произведение двух преобразований непустого множества.
3. Движения плоскости и его свойства.
4. Параллельный перенос плоскости (задание, формулы и его свойства).
5. Осевая симметрия плоскости (задание, формулы, свойства). Формулы осевой симметрии с осью  $Ox$ , с осью  $Oy$ .
6. Поворот плоскости вокруг точки (задание, формулы, свойства).
7. Центральная симметрия (задание, формулы, свойства).
8. Скользящая симметрия (задание, формулы, свойства).
9. Преобразование подобия и гомотетии плоскости. Формулы гомотетии и ее виды (отрицательная и положительная гомотетии). Сформулируйте свойства гомотетии.
10. Аффинное преобразование плоскости (задание, формулы, свойства). Частные виды аффинных преобразований.
11. Построение образов точек и фигур (в том числе прямой, окружности, треугольника и т. д.) в заданном преобразовании плоскости.
12. Метод геометрических преобразований при решении задач на построение и доказательство. Примеры.

### **Вопросы к экзамену (3, 4, 5 семестр)**

#### *Тема 3. Методы изображений*

1. Изображение фигуры на плоскости.
2. Параллельное проектирование, его свойства.
3. Требования, предъявляемые к изображению фигур в школьном курсе геометрии.
4. Теорема об изображении треугольника.
5. Теорема об изображении четырехугольника. Изображение параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
6. Изображение правильного пятиугольника, шестиугольника.
7. Изображение окружности. Построение точек эллипса.
8. Ортогональное проектирование, особенности ортогонального проектирования, изображение окружности в ортогональной проекции.
9. Теорема Польке-Шварца.
10. Изображение многогранников в параллельной проекции.
11. Изображение цилиндра в параллельной проекции.
12. Изображение конуса в параллельной проекции.
13. Изображение сферы в параллельной проекции, изображение полюсов и экватора.
14. Изображение параллели сферы.
15. Изображение меридиана сферы.
16. Аксонометрия. Изображение точек, прямых и плоскостей.
17. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи. Примеры.
18. Построение сечений методом следов. Примеры.
19. Построение сечений методом внутреннего проектирования. Примеры.
20. Метрические задачи. Примеры.
21. Построение общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых. Примеры.

#### *Тема 4. Основные понятия проективной геометрии*

1. Определение  $n$ -мерного проективного пространства. Простейшие свойства проективной плоскости и трехмерного проективного пространства.
2. Проективный репер на плоскости. Определение проективных координат точки на плоскости и их свойства.
3. Условие коллинеарности трех точек. Свойства проективных координат точки на прямой. Связь проективных координат точки на плоскости и проекции этой точки на стороне координатного треугольника из противоположных вершин.

4. Модели проективной прямой и проективной плоскости (пучок прямых и расширенная прямая на аффинной плоскости, связка прямых и расширенная плоскость в трехмерном аффинном пространстве).
5. Преобразования проективных координат на плоскости и на прямой.
6. Уравнение прямой на проективной плоскости. Проективные координаты прямой
7. Принцип двойственности на плоскости и в пространстве. Теорема Дезарга на плоскости (прямая и обратная).
8. Определение сложного отношения четырех точек прямой, свойства сложного отношения. Формула вычисления сложного отношения четырех точек прямой.
9. Определение полного четырехвершинника и его гармонические свойства.
10. Определение линии второго порядка на проективной плоскости. Проведите проективную классификацию линий второго порядка.
11. Поляритет на проективной плоскости, его основные свойства. Формулы поляритета. Построение соответствующих полюсов и поляры.

### **Критерии оценивания**

Билет экзамена содержит два теоретических вопроса и задачу.

За ответ на экзамене ставится оценка:

«**отлично**», если студент отвечает полностью на все вопросы, и его ответ содержит не более двух недочётов;

«**хорошо**», если студент отвечает в целом на теоретические вопросы и решает задачу «наполовину»;

«**удовлетворительно**», если студент отвечает полностью на два из трёх вопросов билета;

«**неудовлетворительно**» – во всех остальных случаях.