

Министерство просвещения Российской Федерации  
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)  
федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики  
Кафедра информационных технологий и физико-математического образования

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.В.01.06 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ**

Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Профили программы	Математика
Автор	доцент кафедры ИТФМ Т.Ю. Паршина

Одобрена на заседании кафедры информационных технологий и физико-математического образования. Протокол от «12» января 2024 г. №6.

Рекомендована к использованию в образовательной деятельности научно-методической комиссией филиала РГППУ в г. Нижнем Тагиле. Протокол от «23» января 2024 г. №5.

Нижний Тагил  
2024

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	3
3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	5
4.2. Учебно-тематический план.....	5
4.3. Содержание дисциплины.....	6
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....	7
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ.....	7
7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	8

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель дисциплины:** формирование универсальных и профессиональных компетенций у студентов на основе анализа фундаментальных разделов школьной математики с точки зрения высшей математики, позволяющего объединить разрозненные факты, привести их в систему на базе общих математических и логических идей, служащих современными теоретическими основами школьной математики.

**Задачи:**

1. Изучить методологические основы математики.
2. Исследовать теоретико-множественные аспекты школьной математики.
3. Систематизировать имеющиеся у студентов знания по алгебраическим, арифметическим, геометрическим основам школьного курса математики.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Теоретические основы школьной математики» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика». Дисциплина Б1.В.01.06 «Теоретические основы школьной математики» включена в Блок Б.1 «Модуль профессиональной подготовки» и является составной частью раздела «Часть, формируемая участниками образовательных отношений», модуля Б1.В.01 «Модуль профессиональной подготовки». Дисциплина реализуется в НТГСПИ на кафедре информационных технологий и физико-математического образования.

Дисциплина «Теоретические основы школьной математики» необходима для глубокой математической подготовки будущего учителя математики. Изучение дисциплины предполагает теоретическое обоснование школьного материала, связанного с основными математическими понятиями. Дисциплина логически связана с изучением математических дисциплин таких как «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Теория и методика обучения математике», «Практикум решения школьных задач по математике», «Элементарная математика».

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование и развитие следующих компетенций:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

Код компетенции	Содержание компетенций	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен

	подход для решения поставленных задач.	к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
<b>УК-2</b>	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.	УК-2.1. Определяет совокупность взаимосвязанных задач и ресурсное обеспечение, условия достижения поставленной цели, исходя из действующих правовых норм.
		УК-2.2. Оценивает вероятные риски и ограничения, определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач.
		УК-2.3. Использует инструменты и техники цифрового моделирования для реализации образовательных процессов.
<b>ПК-1</b>	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

31. Примеры аксиоматик теории множеств, действительных чисел, евклидовой планиметрии.

32. Связи между основными идеями дисциплины «Теоретические основы математики» и различными разделами элементарной математики, а также другими математическими теориями.

33. Основные методы решения типовых задач из разделов: «Бинарные отношения», «Отображения», «Бинарные алгебраические операции», «Алгебраические системы».

34. Основные методы решения типовых задач по планиметрии и стереометрии, связанные с использованием понятий расстояние между точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между прямыми и плоскостями.

35. Основные методы решения типовых задач, связанные с площадями фигур и объемами пространственных фигур.

**Уметь:**

У1. Записывать математические утверждения на языке формул логики предикатов.

У2. Аргументировано обосновывать основные положения дисциплины: «Теоретические основы математики».

У3. Приводить примеры бинарных отношений из школьной математики и проверить справедливость свойств этих отношений.

У4. Обосновать методы решения задач, содержащихся в школьном курсе математики.

У5. Решать геометрические задачи, в том числе и связанные с геометрическими величинами (длинами, площадями, объёмами), с помощью применения движений разных видов.

**Владеть:**

В1. Навыками переработки учебной информации.

В2. Навыками адаптации информации к учебному процессу.

В3. Навыками использования знаний курса высшей математики в образовательном процессе в основной (базовой) и старшей (профильной) школе.

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачётных единицы (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице № 1.

Таблица № 1

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ**

Вид работы	Форма обучения
	заочная
<b>Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>16</b>
Лекции	6
Практические занятия	10
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>88</b>
<b>Подготовка к зачёту с оценкой</b>	<b>4</b>

Таблица № 2

### 4.2. Учебно-тематический план

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контактная работа		Сам. работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практич. занятия		
<b>5курс, 9 семестр</b>					
<b>Тема 1</b> Методологические основы математики.	14	2		12	Выступление с докладом, решение задач у доски, проверочные работы по теме, индивидуальные домашние задания.
<b>Тема 2.</b> Теоретико-множественные аспекты школьной математики.	14	2		12	
<b>Тема 3.</b> Отображения и функции в школьном курсе математики.	16	2	2	12	
<b>Тема 4.</b> Алгебраические и арифметические основы школьного курса математики.	16		2	14	
<b>Тема 5.</b> Некоторые вопросы школьной геометрии.	16		2	14	
<b>Тема 6.</b> Язык школьной математики.	14		2	12	
<b>Тема 7.</b> Логика школьной математики.	14		2	12	
Подготовка к зачёту	4			4	
<b>Всего по дисциплине</b>	<b>108</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>92</b>	

### 4.3. Содержание дисциплины

**Тема 1. Методологические основы математики.** Содержание понятия «методология математики», предмет математики, характерные черты математики. Основные этапы развития математики. Методы познания, математические модели

действительности. Число, фигура и множество как примеры математических моделей. Абстракция отождествления. Идеализация и её роль в математике. Аксиоматический метод: примеры, общие понятия, формальные теории. Аксиоматика и математические конструкции.

**Тема 2. Теоретико-множественные аспекты школьной математики.** «Наивная» теория множеств. Аксиоматика Цермело — Френкеля теории множеств. Структуры и роды структур. Числовые множества школьной математики. Роль теории множеств в школьной математике. Отношение включения множеств в школьной математике. Операции над множествами и декартово произведение множеств в школьной математике. Соответствия и отношения в школьной математике: отношения эквивалентности в арифметике и алгебре, классы эквивалентности в школьной математике, отношения эквивалентности и группы преобразований, однородные пространства и школьная математика.

**Тема 3. Отображения и функции в школьном курсе математики.** Отображения и структуры: основные понятия, морфизмы структур, виды отображений, изучаемых в школе, операции над отображениями в школьной математике. Топологические и метрические пространства в школьной математике, непрерывные и гомеоморфные отображения. Числовые функции. Термы и функции. Непрерывные функции в школьной математике. Элементарные функции. Показательная функция и изоморфные отображения группы  $(\mathbb{R}, +)$  на группу  $(\mathbb{R}^+, \cdot)$ . Свойства показательной функции. Другие подходы к понятию показательной функции. Тригонометрические функции, их связи с поворотами плоскости и дифференциальными уравнениями. Отображение конечных множеств и комбинаторика.

**Тема 4. Алгебраические и арифметические основы школьного курса математики.** Алгебраические операции и алгебры школьной математики. Обратные операции. Основные типы алгебр в школьной математике. Термы в алгебрах. Степени и кратные. Одночлены и коммутативные полугруппы. Рациональные термы. Отношения порядка в полугруппах. Симметризация алгебр. Расширение полуколец. Натуральные числа. Аксиоматика Пеано, ее категоричность и непротиворечивость. Множество натуральных чисел как вполне упорядоченное полукольцо. Конечные и бесконечные множества. Аксиоматика натуральных чисел, основанная на сложении. Положительные скалярные величины и положительные действительные числа. Аксиоматика множества положительных скалярных величин, ее непротиворечивость и категоричность. Множество  $\mathbb{R}^+$  положительных действительных чисел.

**Тема 5. Некоторые вопросы школьной геометрии.** Векторное пространство геометрии. Аксиоматика Вейля, ее непротиворечивость и категоричность. Прямая, луч, отрезок, плоскость, полуплоскость, измерение длин и углов, движение. Аксиоматика Вейля и школьная геометрия. Метрическое построение геометрии. Логическая схема построения структуры евклидовой плоскости по Колмогорову. Связь аксиом Вейля и Колмогорова. Измерение геометрических величин. Величина, непосредственное измерение величин, измерение объемов в  $\mathbb{R}^3$ . Длина кривой, её существование и единственность. Полунепрерывность снизу длины дуги. Площадь поверхности.

**Тема 6. Язык школьной математики.** Имя и смысл. Предложение. Константы и переменные. Формы. Основные знаки школьной математики. Математический язык. Математические знаки. Алфавит школьной математики. Алфавит школьной алгебры и школьной геометрии. Язык начал математического анализа. Синтактика и семантика языка школьной алгебры и геометрии. Термы и формула в геометрии и началах анализа. Элементарные формулы.

**Тема 7. Логика школьной математики.** Математические предложения. Аксиома, теорема. Логическая эквивалентность и логическое следование. Полная логическая формулировка. Определения, их виды. Доказательства: содержательное, формальное, косвенное.

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс обучения дисциплине «Теоретические основы математики» рекомендуется строить с опорой на традиционный подход, при котором на лекционных занятиях закладываются основы теоретических знаний по дисциплине, а на практических занятиях ведется работа по усвоению теории и приобретению практических умений и навыков решения типичных задач.

С целью формирования у студентов компетенций, предусмотренных программой, следует применять следующие технологии:

- технологию деятельностного подхода;
- обучение в сотрудничестве.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 6.1. Основная литература

1. Антонов В. И., Копелевич Ф. И. Элементарная математика для первокурсника. Изд-во: «Лань». — 2013. — 112 с. / Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=5701](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=5701))

2. Захарова А. Е. Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики в основной школе [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / А. Е. Захарова, Ю. М. Высочанская. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 138 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70772>

### 6.2. Дополнительная литература

11. Егупова М. В. Практические приложения математики в школе: Учебное пособие для студентов педагогических вузов [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Прометей", 2015. — 248 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/64779>

2. Сафонова В. Ю. Практикум по методике преподавания математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Ю. Сафонова, О. Ю. Глухова. — Электрон. дан. — Кемерово : КемГУ, 2012. — 95 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/44385>

3. Стефанова Н. Л. Методика обучения математике в профильной школе: Учебное пособие для организации самостоятельной работы студентов [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н. Л. Стефанова, Н. С. Подходова, М. В. Солдаева. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : РГПУ им. А. И. Герцена, 2012. — 235 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5872>

### 6.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Электронная библиотека Попечительского совета механико-математического факультета Московского государственного университета <http://lib.mexmat.ru/books/34>

[https://vuzlit.ru/735366/teoreticheskie\\_osnovy\\_izucheniya\\_funktsiy\\_shkolnom\\_kurse\\_matematiki](https://vuzlit.ru/735366/teoreticheskie_osnovy_izucheniya_funktsiy_shkolnom_kurse_matematiki)

<http://www.abitur.by/matematika/teoreticheskie-osnovy-matematiki>

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Перечень материально-технического обеспечения для реализации образовательного процесса по дисциплине:

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа с проекционным оборудованием.
2. Учебная аудитория для проведения занятий практического типа, проведения групповых и индивидуальных консультаций, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.
3. Помещения для самостоятельной работы.