

Министерство просвещения Российской Федерации  
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)  
федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики  
Кафедра информационных технологий и физико-математического образования

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.07.04 АЛГЕБРА**

Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Профили программы	Математика
Автор	доцент кафедры ИТФМ Т.Ю. Паршина

Одобрена на заседании кафедры информационных технологий и физико-математического образования. Протокол от «12» января 2024 г. №6.

Рекомендована к использованию в образовательной деятельности научно-методической комиссией филиала РГППУ в г. Нижнем Тагиле. Протокол от «23» января 2024 г. №5.

Нижний Тагил  
2024

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	3
3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	5
4.2. Учебно-тематический план.....	5
4.3. Содержание дисциплины.....	7
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....	8
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ .....	9
7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	9

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель дисциплины:** формирование универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций у студентов в процессе приобретения ими базовых знаний о теории векторных пространств, теории матриц, теории многочленов.

### Задачи:

1. Сформировать у студентов представления об основных алгебраических структурах.
2. Сформировать у студентов цельное представление об алгебре многочленов от одной и нескольких переменных.
3. Сформировать умения применять изученную теорию к решению задач, в том числе элементарной (и школьной) математики.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Алгебра» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика». Дисциплина Б1.О.07.04 «Алгебра» включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)» и является составной частью раздела «Обязательная часть», модуля Б1.О.07 «Предметно-методический модуль». Дисциплина реализуется в НТГСПИ на кафедре информационных технологий и физико-математического образования.

Данная дисциплина логически связана с изучением математических дисциплин таких как «Элементарная математика», «Теория чисел», «Числовые системы», «Математический анализ», «Геометрия», «Теория и методика обучения математике», «Теоретические основы школьной математики», «Практикум решения школьных задач по математике». Дисциплина помогает глубже осваивать темы элементарной математики, касающиеся алгебры многочленов, теории решения систем линейных уравнений, теории векторных пространств.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование и развитие следующих компетенций:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

ПК3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

Код компетенции	Содержание компетенций	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью

		выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
<b>ПК-1</b>	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
<b>ПК-3</b>	ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.). ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности.

В результате освоения дисциплины студент должен:

**Знать:**

31. Виды систем линейных уравнений, способы их решения, критерий совместности систем.
32. Определитель квадратной матрицы и его свойства.
33. Действия над матрицами, их свойства.
34. Виды основных алгебраических структур и их свойства.
35. Линейные преобразования векторных пространств.
36. Свойства колец многочленов от одной и нескольких переменных.
37. Критерии приводимости и неприводимости многочленов над основными числовыми полями.

**Уметь:**

- У1. Решать системы линейных уравнений: методом Гаусса, методом Крамера, матричным методом.
- У2. Вычислять определители: по определению, сводя к треугольному виду, раскладывая по строке (столбцу).
- У3. Вычислять ранг матрицы.
- У4. Находить матрицу, обратную данной.
- У5. Выполнять сложение и умножение матриц.
- У6. Определять, какими свойствами обладает данная бинарная операция на множестве, вид алгебраической структуры, отделять изоморфные структуры.
- У7. Отделять кратные неприводимые множители многочлена.
- У8. Раскладывая многочлен по степеням двучлена.
- У9. Выражать симметрические многочлены через основные симметрические многочлены.

**Владеть:**

- В1. Решения типичных задач теории многочленов.
- В2. Навыками применения аппарата теории решения систем линейных уравнений для решения прикладных задач.
- В3. Навыками применения аппарата матриц и систем линейных уравнений для решения прикладных задач, в том числе задач аналитической геометрии.
- В4. Приёмами самоорганизации и умениями самоконтроля учебной деятельности.

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачётных единиц (360 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице № 1.

Таблица № 1

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ**

Вид работы	Форма обучения			
	Заочная			
	3 семестр	4 семестр	5 семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>144</b>	<b>360</b>
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	<b>38</b>
Лекции	4	4	8	16
Практические занятия	6	4	12	22
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>94</b>	<b>91</b>	<b>115</b>	<b>300</b>
<b>Подготовка к экзаменам, зачёту</b>	<b>4 зачёт</b>	<b>9 экзамен</b>	<b>9 экзамен</b>	<b>22</b>

### 4.2. Учебно-тематический план

Таблица № 2

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контактная работа		Сам. работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практич. занятия		
<b>2 курс, 1 семестр</b>					
<b><i>Тема 1. Элементы теории множеств.</i></b>	<b>23</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>20</b>	Работа с учебной литературой для заочников, составление конспектов, разбор готовых решений, выполнение домашней контрольной работы.
Операции над множествами	7		1	6	
Бинарные отношения	4			4	
Отображения.	4			4	
Метод математической индукции.	8	1	1	6	Разбор задач у доски в период сессии.
<b><i>Тема 2. Системы линейных уравнение и матрицы</i></b>	<b>35</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>30</b>	
Матрицы и операции над ними.	9		1	8	Подготовка к зачёту.
Определитель квадратной матрицы	12	2		10	
Обратная матрица	7		1	6	
Системы линейных уравнений, правило Крамера.	7		1	6	
<b><i>Тема 3. Конечномерные векторный пространства.</i></b>	<b>26</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>24</b>	

Векторное пространство					
Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов	7	1		6	
Метод Гаусса для систем линейных уравнений	11		1	10	
Пространство решений системы однородных линейных уравнений	4			4	
Евклидово пространство.	4			4	
<b>Тема 4. Линейные отображения и линейные операторы.</b>	<b>20</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>20</b>	
Линейные отображения и линейные операторы, ядро и образ линейного оператора.	10			10	
Матрица линейного оператора.	10			10	
<b>Подготовка к зачёту</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>4</b>	
<b>Всего за семестр</b>	<b>108</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>98</b>	
<b>2 курс, 2 семестр</b>					
<b>Тема 5. Основные алгебраические структуры</b>	<b>99</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>91</b>	Работа с учебной литературой для заочников, составление конспектов, разбор готовых решений.
Алгебраические операции, группы.	32	2		30	
Кольца. Поля.	23	2		21	
Комплексные числа.	44		4	40	
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>9</b>			<b>9</b>	
<b>Всего за семестр</b>	<b>108</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>100</b>	
<b>3 курс, 1 семестр</b>					
<b>Тема 6. Теория многочленов</b>	<b>135</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>115</b>	Работа с учебной литературой для заочников, составление конспектов, разбор готовых решений, выполнение домашней контрольной работы.
Кольцо многочленов от одной переменной	19	2	2	15	
Теория делимости в кольце многочленов от одной переменной	34	2	2	30	
Неприводимые над полем многочлены от одной переменной	24	2	2	20	
Многочлены над основными числовыми полями	24	2	2	20	
Многочлены от нескольких переменных	34		4	30	
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>9</b>			<b>9</b>	
<b>Всего за семестр</b>	<b>144</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>124</b>	

Всего по дисциплине	360	16	22	322	
---------------------	-----	----	----	-----	--

### 4.3. Содержание дисциплины

**Тема 1. Элементы теории множеств.** Операции над множествами, их свойства. Бинарные отношения на множестве, их свойства, операции над бинарными отношениями. Отношение эквивалентности, классы эквивалентности, свойства классов. Разбиение множества. Построение разбиения множества по заданному на нём отношению эквивалентности. Отображения (соответствия, функции) множеств: определение, примеры, виды, свойства. Композиция отображений, её свойства. Обратимые и обратные отображения. Критерий обратимости отображения. Метод математической индукции.

**Тема 2. Системы линейных уравнений и матрицы.** Понятие матрицы, её размер. Действия над матрицами. Пространство матриц. Умножение матриц. Свойства операций. Кольцо матриц. Квадратная матрица, свойства квадратных матриц. Подстановки; чётность подстановки и различные способы её вычисления, знак подстановки. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Вычисление определителя второго и третьего порядка. Миноры и алгебраические дополнения, разложение определителя по строке (столбцу). Обратимая и обратная матрица. Условие обратимости матрицы. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований и с помощью присоединённой матрицы. Системы линейных уравнений. Линейное уравнение, виды линейных уравнений, решение линейного уравнения. Система линейных уравнений, решение системы линейных уравнений. Равносильные системы. Совместные, несовместные, определённые, неопределённые системы линейных уравнений. Запись системы  $n$ -линейных уравнений от  $n$ -переменных в матричной форме. Правило Крамера.

**Тема 3. Конечномерные векторный пространства.** Определение векторного пространства и его простейшие свойства. Примеры векторных пространств. Понятие арифметического векторного пространства. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Свойства линейной зависимости и независимости систем векторов. Базис и ранг конечной системы векторов. Разложение вектора по базису. Существование базиса у конечной ненулевой системы векторов. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Ступенчатая матрица. Ранг матрицы, алгоритм вычисления ранга матрицы.

Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Сведение системы линейных уравнений к ступенчатому виду и решение ступенчатой системы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Однородная система линейных уравнений. Связь решений неоднородной и ассоциированной с ней однородной системы. Подпространство. Критерий подпространства. Примеры. Пространство решений системы однородных линейных уравнений и его базис (фундаментальная система решений). Критерий совместимости систем. Евклидово пространство, норма вектора, угол между векторами. Ортонормированный базис, процесс ортогонализации линейно независимой системы векторов.

**Тема 4. Линейные отображения и линейные операторы.** Линейные отображения и линейные операторы векторных пространств, примеры, простейшие свойства, Ядро и образ линейного отображения. Матрица линейного оператора относительно данного базиса, её изменение при переходе к другому базису. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение.

**Тема 5. Основные алгебраические структуры.** Бинарные алгебраические операции; ассоциативные, коммутативные операции. Дистрибутивность бинарной операции относительно другой бинарной операции. Нейтральный элемент, его единственность; симметричный элемент и его единственность в случае ассоциативной операции. Понятие группы: определение, примеры. Группы подстановок и классов вычетов. Простейшие свойства групп. Полугруппы, моноиды. Подгруппа: свойство, признак. Смежные классы, разложение группы по подгруппе, теорема Лагранжа для

конечных групп. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Понятие кольца. Простейшие свойства кольца. Делители нуля в кольце. Подкольцо: свойство, признак, идеалы кольца. Поле как частный случай кольца. Примеры, простейшие свойства. Понятие частного, свойства частных, отсутствие делителей нуля в поле. Подполе: свойство, признак. Числовое поле. Расширение колец (полей).

Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа, условие равенства комплексных чисел в алгебраической форме. Комплексное сопряжение и его свойства, модуль комплексного числа и его свойства. Тригонометрическая форма комплексного числа, её существование. Условие равенства комплексных чисел, отличных от нуля, в тригонометрической форме. Множество аргументов комплексного числа, произведение и частное двух комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра, корень из комплексного числа. Геометрическое представление комплексных чисел, геометрический смысл модуля и аргумента.

**Тема 6. Теория многочленов.** Кольцо многочленов от одной переменной над коммутативным кольцом с единицей. Степень многочлена и её свойства. Деление многочлена на двучлен  $(x - c)$ . Схема Горнера, теорема Безу. Формальная производная многочлена над полем нулевой характеристики. Разложение по степеням  $(x - c)$ . Кратные корни. Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Число корней многочлена над областью целостности, функциональное и алгебраическое равенство многочленов.

Теория делимости: теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем. Простейшие свойства делимости многочленов. НОД многочленов, свойства НОДа. Алгоритм Евклида. НОК многочленов. Парно взаимно простые многочлены.

Неприводимые над полем многочлены. Основная теорема теории делимости многочленов. Неприводимые кратные множители многочлена. Отделение кратных корней.

Многочлены над основными числовыми полями. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел, основная теорема алгебры многочленов. Разложение многочлена над полем комплексных чисел на неприводимые множители. Теорема Виета. Решение уравнений 3 и 4 степени. Сопряжённость мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Приводимость многочлена над полем действительных чисел. Неприводимые над полем действительных чисел многочлены. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Приводимость многочлена над полем рациональных чисел. Критерий неприводимости многочлена с целыми коэффициентами над полем рациональных чисел. Алгебраические расширения полей. Избавление от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах. Алгебраические и трансцендентные числа.

Многочлены от нескольких переменных. Кольцо многочленов от нескольких переменных над целостным кольцом. Симметрические многочлены, основная теорема о симметрических многочленах. Выражение симметрического многочлена через элементарные симметрические многочлены. Применение симметрических многочленов к решению систем уравнений.

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс обучения дисциплине «Алгебра» рекомендуется строить с опорой на традиционный подход, при котором на лекционных занятиях закладываются основы теоретических знаний по дисциплине, а на практических занятиях ведётся работа по усвоению теории и приобретению практических умений и навыков решения типичных задач.

С целью формирования у студентов компетенций, предусмотренных программой, следует применять следующие технологии:



- практикум с использованием практико-ориентированных задач;
- технологию деятельностного подхода;
- обучение в сотрудничестве.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 6.1. Основная литература

1. Веселова Л. В. Алгебра и теория чисел. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов. — Электрон. дан. — Казань : КНИТУ, 2014. — 107 с. Режим доступа <http://e.lanbook.com/book/73214>
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 432 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30198>
3. Паршина Т Ю. [http://library.ntspi.ru/CGI/irbis64r\\_01/cgiirbis\\_64.exe?Z21ID=&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=0&S21P03=M=&S21STR=](http://library.ntspi.ru/CGI/irbis64r_01/cgiirbis_64.exe?Z21ID=&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=0&S21P03=M=&S21STR=) Алгебра многочленов [Текст] : учеб.-метод. пособие для студентов, обучающихся по профилю "Математика" / Т. Ю. Паршина ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Нижнетагил. гос. соц.-пед. акад. — Нижний Тагил : НТГСПА, 2014. — 88 с.

### 6.2. Дополнительная литература

1. Алфутова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. — М. : Московский центр непрерывного математического образования, 2009. — 336 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9279>
2. Окунев Л. Я. Высшая алгебра [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: — Загл. с экрана. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/289>

### 6.3. Сетевые ресурсы

- [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=46](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=46).  
<http://www.biblioclub.ru/book/63140/>
1. Винберг Э. Б. Курс алгебры. / Э. Б. Винберг. — М.: Изд-во «Факториал Пресс», 2001. — 544 с.  
Ссылка для скачивания <http://nashol.com/2013041770674/kurs-algebri-vinberg-e-b-2001.html>
  2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. / Л. Я. Куликов. — М.: Высшая школа, — 1979. — 558 с.  
Ссылка для чтения: <http://bookre.org/reader?file=1221511&pg=1>
  3. Шрейдер Ю. А. Равенство. Сходство. Порядок. / Ю. А. Шрейдер. — М.: Наука, — 1971. — 256 с.  
Ссылка для скачивания: <http://www.padabum.com/d.php?id=10581>  
Ссылка для чтения: <http://padaread.com/?book=10581&pg=4>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Перечень материально-технического обеспечения для реализации образовательного процесса по дисциплине:

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа с проекционным оборудованием.
2. Учебная аудитория для проведения занятий практического типа, проведения групповых и индивидуальных консультаций, проведения текущего контроля и

промежуточной аттестации.

3. Помещения для самостоятельной работы.