

Минпросвещения России
ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический
университет»



Председатель
приемной комиссии университета
и. о. ректора

Л. К. Габышева

ПРОГРАММА
вступительного испытания «Основы математической
грамотности», проводимого университетом самостоятельно,
для поступающих по образовательным программам высшего
образования – программам бакалавриата

Екатеринбург
РГППУ
2025

1. Форма проведения и шкала оценивания результатов вступительного испытания

1.1. Вступительное испытание проводится в форме тестирования. Экзаменационный тест включает в себя 20 заданий:

- задания закрытого типа (с указанием возможных вариантов ответа),
- задания открытого типа (дополнить фразу),
- задания на установление соответствий,
- задания на упорядочение.

1.2. Проведение вступительного испытания допускается как с использованием бумажных носителей, так и с применением электронных технологий. Способ проведения вступительного испытания определяется экзаменационной комиссией, при этом экзаменационная работа, выполненная на бумажном носителе, и работа, выполненная с применением электронных технологий, являются равнозначными.

1.3. Максимальная продолжительность тестирования составляет 60 минут, допускается досрочное завершение тестирования по желанию испытуемого.

1.4. Результат вступительного испытания оценивается по стобалльной шкале. За каждый верный ответ испытуемому начисляется максимальное количество баллов в зависимости от типа и уровня сложности выполненного задания, за каждый неверный ответ – 0 баллов. Исправление ответа при выполнении теста на бумажном носителе рассматривается как неверный ответ и оценивается также в 0 баллов.

1.5. Объявление результата вступительного испытания, ознакомление с экзаменационной работой, приём и рассмотрение апелляции производятся в соответствии с Правилами приёма на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата на 2025/26 учебный год.

2. Содержание вступительного испытания

2.1 Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель и кратное натурального числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа: положительные, отрицательные и ноль. Сложение, вычитание, умножение и деление целых чисел. Сравнение целых чисел.

Рациональные числа (обыкновенные дроби). Смешанное число. Основное свойство дроби. Сложение, вычитание, умножение и деление обыкновенных дробей. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа, их представление в виде десятичных дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление действительных чисел. Сравнение действительных чисел. Правила округления действительных чисел.

Проценты и другие доли. Выражение части числа в долях этого числа. Нахождение части числа по самому числу. Нахождение числа по его части. Проценты. Решение задач на проценты.

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств.

Изображение чисел на числовой прямой. Определение модуля действительного числа. Геометрический смысл модуля числа.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Логарифмы и их свойства. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Логарифм положительного числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени. Формулы перехода от одного основания к другому.

Координатная плоскость и координаты точек на плоскости (пара чисел: абсцисса и ордината). Координатная (единичная) окружность и координата точки на окружности (одно число, выражающее меру соответствующего угла в градусах или радианах). Определение синуса и косинуса любого действительного числа. Определение тангенса и котангенса действительного числа.

Основное тригонометрическое тождество и другие формулы одного и того же угла. Формулы сложения. Формулы двойного угла. Формулы приведения. Формулы перехода от суммы к произведению и наоборот. Формулы трёх двоек (иначе говоря, формулы понижения-повышения степени).

Понятие функции. Область определения функции. Множество значений функции. График функции. Четыре способа задания функции: формулой, графиком, таблицей, словесным описанием.

Свойства функций: чётность и нечётность. Особенности графиков чётных и нечётных функций. Периодичность. Монотонность: возрастающие функции и убывающие. Обратимость: условие существования обратной функции и нахождение обратной функции.

Исследование функций с помощью производных. Нахождение промежутков монотонности функции. Нахождение точек экстремума и экстремумов функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Основные элементарные функции (название, формула, график, свойства): линейная, квадратичная, степенная (на примерах $y = x^3$, $y = \frac{1}{x}$, $y = \sqrt{x}$), показательная, логарифмическая, тригонометрические ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$).

Уравнения. Корни уравнения. Что означает «решить уравнение»? Понятие о равносильных уравнениях и следствиях. Решение уравнений: рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических.

Понятие неравенства. Решения неравенства. Что означает «решить неравенство»? Понятие о равносильных неравенствах и следствиях.

Понятие системы уравнений и неравенств. Решения системы. Что означает «решить систему уравнений и неравенств»? Понятие о равносильных системах и следствиях.

Задачи на натуральные числа. Задачи на проценты и другие части числа. Задачи на работу. Задачи на движение (по дороге, по реке, по кругу). Задачи на сплавы, смеси, растворы.

Арифметическая прогрессия и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена прогрессии. Формула суммы первых n членов прогрессии. Выражение n -го члена прогрессии через равноотстоящие от него. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и сумма *всех* её членов. Задачи на прогрессии.

Геометрия

Прямая, луч, отрезок. Угол. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Признаки и свойства параллельных прямых. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Окружность и круг, их радиусы, диаметры, хорды. Части круга: сектор и сегмент. Окружность, вписанная в многоугольник. Окружность, описанная около многоугольника.

Треугольник, его медианы, биссектрисы, высоты. Местоположение центра вписанной в треугольник окружности и центра описанной около треугольника окружности. Сумма углов треугольника. Свойства внешнего угла треугольника. Виды треугольников. Признаки и свойства равнобедренного треугольника. Свойства прямоугольного треугольника.

Определение равных фигур. Признаки равенства треугольников. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Определение подобных фигур. Признаки

подобия треугольников. Отношение площадей подобных фигур. Теорема Фалеса и её обобщение.

Четырёхугольники: параллелограммы и трапеции. Признаки и свойства параллелограммов. Виды параллелограммов: прямоугольники, ромбы, квадраты. Средние линии треугольника и трапеции, свойства средних линий.

Тригонометрические функции острого угла. Решение прямоугольных треугольников. Теорема синусов и теорема косинусов для произвольного треугольника. Решение произвольного треугольника.

Пять формул для вычисления площади треугольника. Площадь произвольного четырёхугольника. Площадь трапеции. Площадь параллелограмма. Площади прямоугольника, ромба, квадрата.

Окружность и круг. Касательная к окружности (определение и признак). Свойства касательных к окружности. Измерение центральных и вписанных углов. Свойства секущих. Свойства вписанных и описанных четырёхугольников. Площадь круга и длина окружности.

Три аксиомы стереометрии. Взаимное расположение двух прямых: две прямые в пространстве параллельны, пересекаются или скрещиваются. Признаки и свойства параллельных прямых. Признак и свойства скрещивающихся прямых.

Взаимное расположение прямой и плоскости: прямая лежит в плоскости, пересекает плоскость или параллельна ей. Определение и признак параллельности прямой и плоскости.

Взаимное расположение двух плоскостей: две плоскости пересекаются или параллельны. Определение параллельных плоскостей. Признак и свойства параллельных плоскостей.

Определение угла между двумя прямыми в пространстве. Перпендикулярность двух прямых. Теорема о трёх перпендикулярах.

Угол, образованный прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Определение и признак перпендикулярности двух плоскостей.

Многогранники, их вершины, рёбра, грани. Призмы (наклонные и прямые) и пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида.

Параллелепипеды и их виды: наклонный, прямой, прямоугольный, правильный и куб. Свойства диагоналей прямоугольного параллелепипеда. Тетраэдры и правильные тетраэдры.

Круглые тела. Цилиндры и конусы, их направляющие и образующие, их радиусы и высоты. Оси и осевые сечения цилиндров и конусов. Развёртки боковых поверхностей цилиндров и конусов.

Шары, их центры, радиусы, диаметры. Сфера как поверхность шара. Сечение шара плоскостью. Определение и признак плоскости, касательной к шару (к сфере).

Формулы площади боковой поверхности призмы, пирамиды, цилиндра, конуса. Формулы площади полной поверхности призмы, пирамиды, цилиндра, конуса. Формула площади сферы.

Формулы объёма призмы и цилиндра, пирамиды и конуса, шара.

Подобные пространственные фигуры. Отношение площадей и объёмов подобных фигур.

2.2. Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y = ax + b$ и её график.
2. Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и её график.
3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и её график.
4. Формула корней квадратного уравнения.

5. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
6. Свойства числовых неравенств.
7. Логарифм произведения, степени, частного.
8. Определение и свойства функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ и их графики.
9. Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.
10. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
11. Формулы приведения.
12. Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
13. Тригонометрические функции двойного аргумента.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
5. Признаки параллелограмма, его свойства.
6. Окружность, описанная около треугольника.
7. Окружность, вписанная в треугольник.
8. Касательная к окружности и ее свойство.
9. Величина угла, вписанного в окружность.
10. Признаки подобия треугольников.
11. Теорема Пифагора.
12. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
13. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
14. Признак параллельности прямой и плоскости.
15. Признак параллельности плоскостей.
16. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
17. Перпендикулярность двух плоскостей.
18. Теоремы параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
19. Теорема о трех перпендикулярах.

3. Примерный список печатных и электронных ресурсов для подготовки

1. Атанасян Л.С. Курс элементарной геометрии. Ч.1. / Л.С. Атанасян, Н.С. Денисова, Е.В. Силаев. М. : 1997. 304 с.
2. Болтянский В.Г. Лекции и задачи по элементарной математике / В.Г. Болтянский [и др.]. М. : Физ-мат.издат., 1971. 592 с.
3. Виленкин Н.Я. Элементарная математика / Н.Я. Виленкин [и др.]. М. : Просвещение, 1970. 224 с.
4. Каталог заданий для подготовки к ЕГЭ. Мини-тесты. [Электронный ресурс] <http://www.ege-online-test.ru/>.
5. Крамор В.С. Тригонометрические функции / В.С. Крамор, П.А. Михайлов. М. : Просвещение, 1983. 159 с.
6. Литвиненко В.Н., Мордкогвич А.Г. Практикум по элементарной математике. [Электронный ресурс] www.alleng.ru/d/math/math426.htm.
7. Липатникова И.Г. Параллельность прямых и плоскостей [Текст]: учеб.-метод. пособие по элементарной математике / И.Г. Липатникова, Г.В. Потапова, Е.А. Утюмова; под общ. ред. И.Г. Липатниковой. Екатеринбург : УрГПУ, 2009. 248 с.
8. Новоселов С.И. Специальный курс элементарной математики. М.: Высшая школа, 1965. 552 с.

9. Подготовка к ЕГЭ по математике. Разборы задач. тесты. [Электронный ресурс] <https://ege.yandex.ru/ege/mathematics>
10. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. Под ред. Сканава М.И. 6-е изд. М.: Оникс, 2007